

量子コンピュータとノイズ

杉山 太香典

東京大学先端科学技術研究センター
中村・宇佐見研究室

2017/07/31 (火) 13:30-14:30
@東京大学 物性研究所 大講義室

自己紹介

● 経歴

- 2004/04 ~ 2008/03 [学部] 慶応義塾大学 理工学部 物理学科
- 2008/03 ~ 2013/03 [修博] 東京大学 理学系研究科 物理学専攻
- 2013/04 ~ 2015/03 [PD1] ETH Zurich 理論物理学研究所
- 2015/04 ~ 2017/03 [PD2] 大阪大学 基礎工学研究科
- 2017/04 ~ 現在 東京大学 先端技術研究センター 特任助教

ERATO 巨視的量子機械プロジェクト

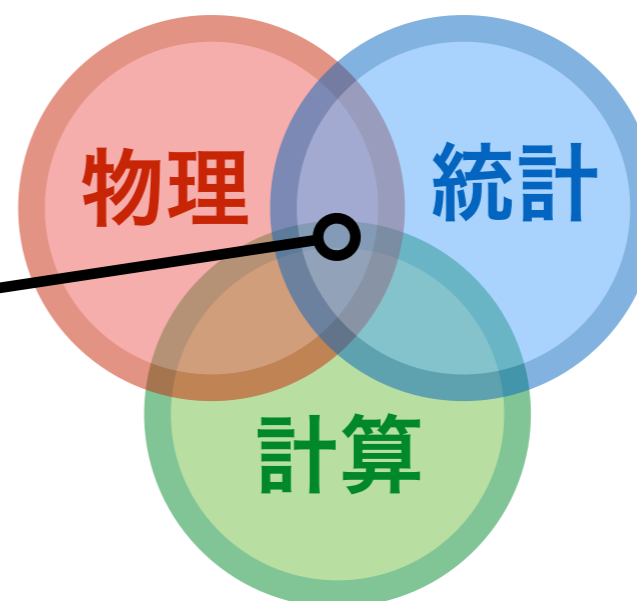
超伝導量子回路で量子コンピュータの試作機をつくる。

● 専門

量子情報理論。

特に、量子演算の精度評価。

- 量子トモグラフィ
- Randomized Benchmarking



発表内容

量子演算の実装精度に関する基本事項

1. 背景：量子コンピュータ開発における位置付け

量子コンピュータ，量子誤り訂正，開発状況

2. 量子演算のエラー

演算の実装方法，エラーモデル，エラーの尺度

3. 実装精度の評価手法

量子トモグラフィ，Randomized Benchmarking

4. 課題

量子コンピュータ

- 量子効果を積極的に活用して計算を行う装置.
- 既存の計算機よりも高速な計算ができる例が知られている.

素因数分解、量子多体系のシミュレーション、等々.



- Quantum Algorithm Zoo
<http://math.nist.gov/quantum/zoo>
約60の量子アルゴリズムが紹介されている.
- Qmedia
<http://www.qmedia.jp>
Quantum Algorithm Zooの(一部の)日本語訳.
- 特集 量子コンピューター
オペレーションズ・リサーチ 2018年6月号
<http://www.orsj.or.jp/e-library/elcorsj.html>

量子コンピュータの計算モデル



● 計算モデル

様々な計算モデルが提案されている。

回路型、測定型、断熱型、量子ウォーク型、オートマトン型、等々。

● 万能機と専用機

万能 \approx どんな量子アルゴリズムも実行できる。

プログラム可能。

専用 \approx 特定の問題と特定のアルゴリズムに特化している。

● 実装に向けた様々なアプローチ

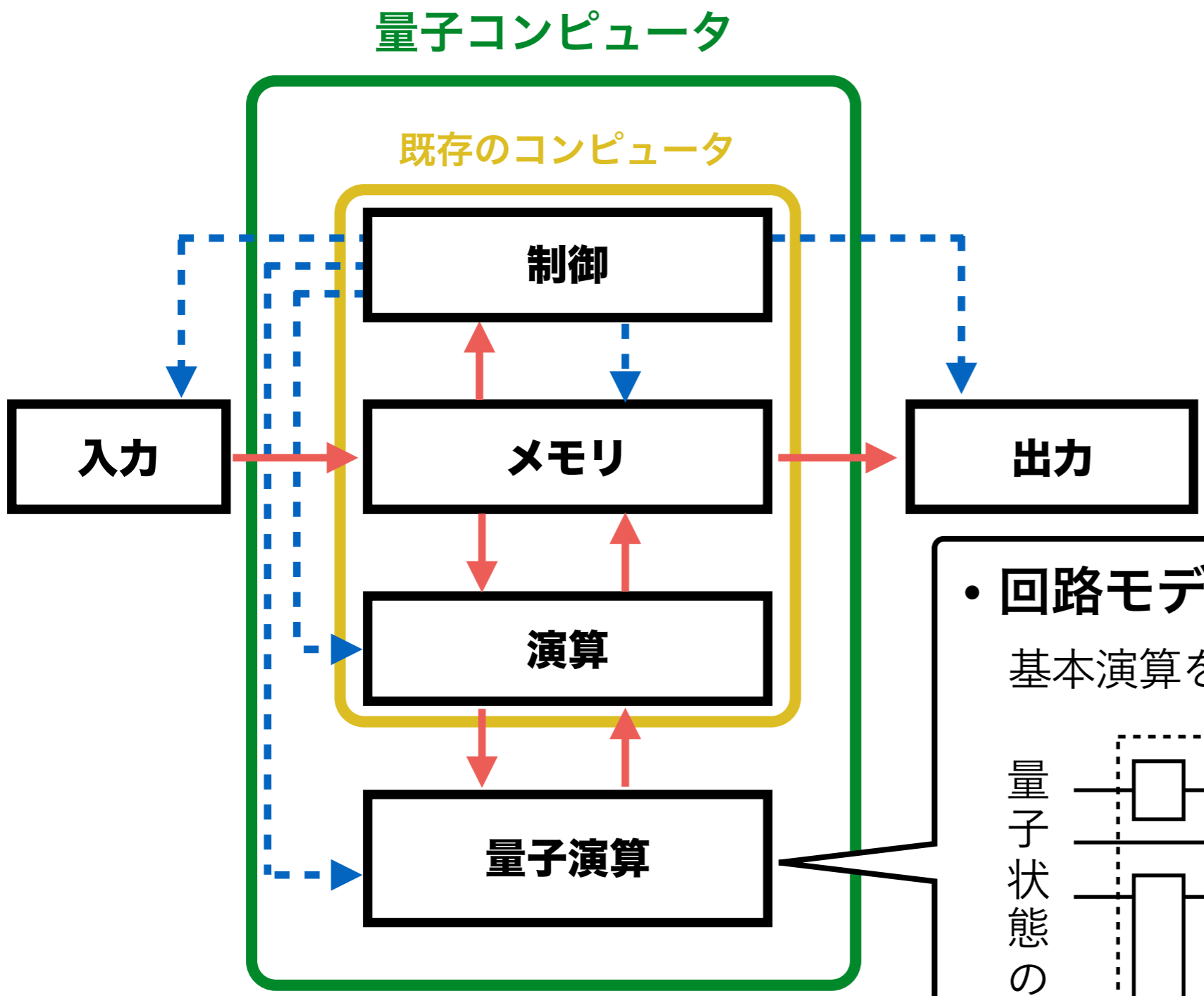
- ・ 回路型に基づく万能量子コンピュータ
- ・ 測定型に基づく万能量子コンピュータ
- ・ 断熱型に基づく専用機 = 量子アニーリングマシン



- ・ 超伝導量子回路
- ・ 半導体
- ・ イオン
- ・ 光
- ・ マヨラナ準粒子

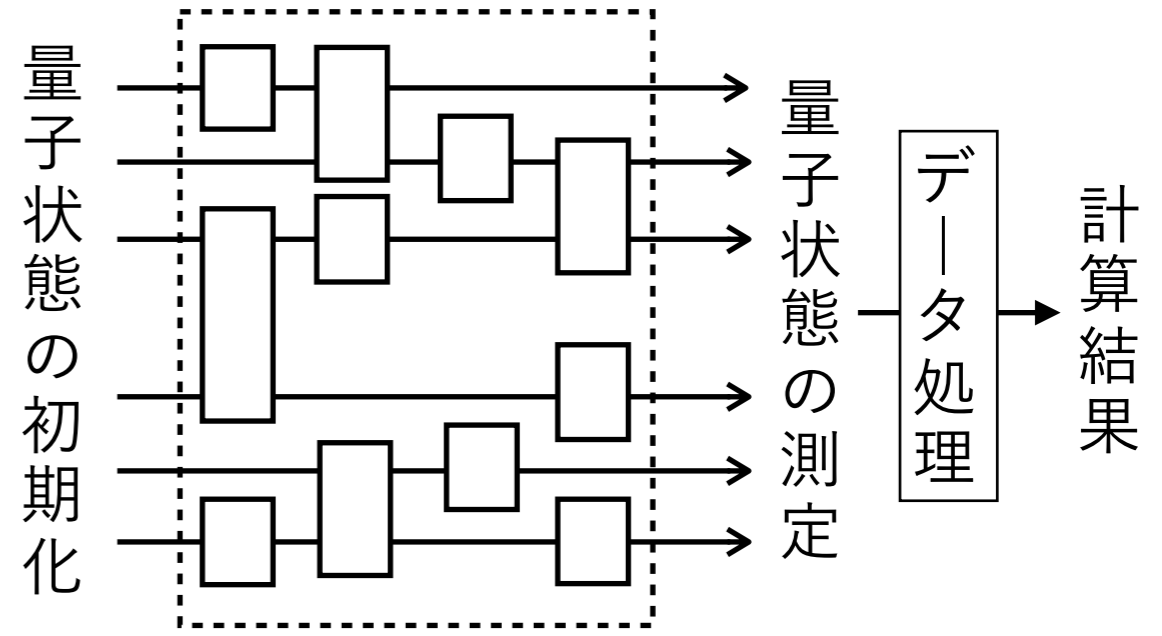
注：量子アニーリングマシンの計算モデルや実機が計算量的観点から既存のコンピュータを超える計算能力を持つことを示唆する結果は発表者の知る限り今のところ得られていない。そのため本発表では量子アニーリングマシンと量子コンピュータは区別して扱う。

量子コンピュータと計算方法



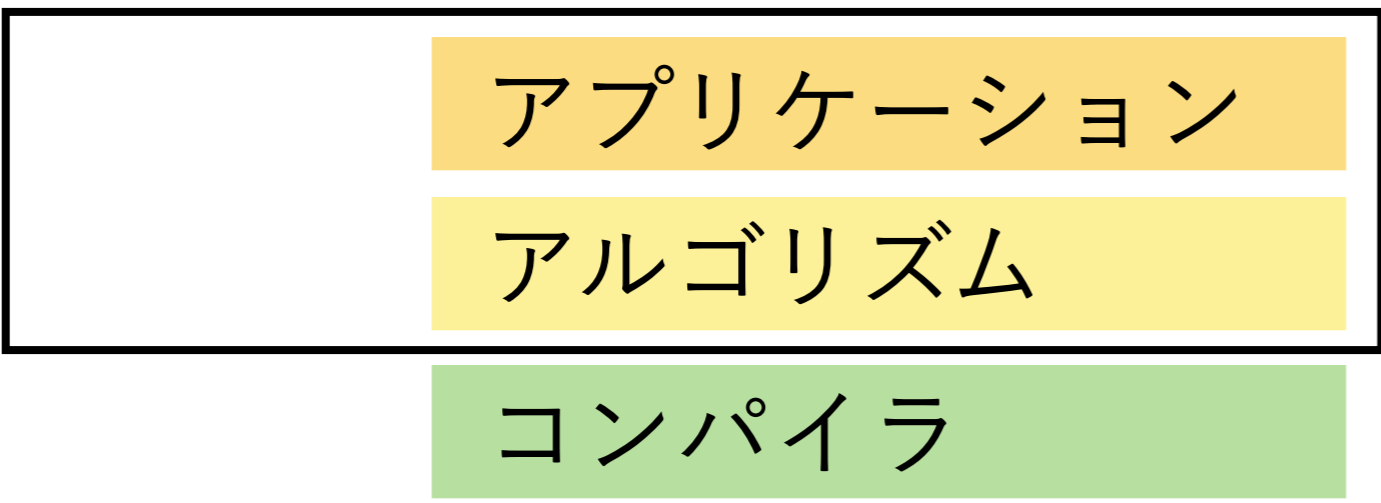
• 回路モデルの場合

基本演算を組み合わせて計算を実行する。



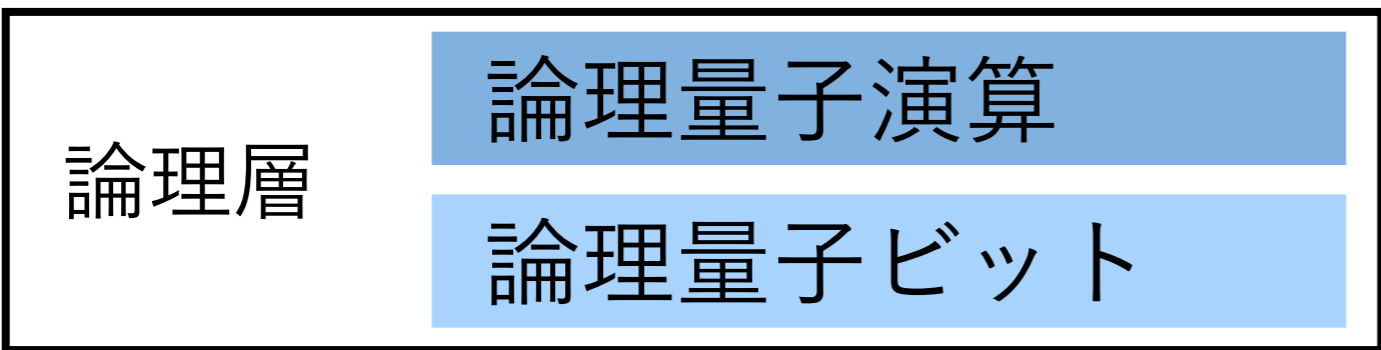
量子コンピュータの階層構造

例



素因数分解

Shor



H, S, T, CX, ...

$$\alpha|0\rangle_L + \beta|1\rangle_L$$



2次元表面符号



マイクロ波パルス
磁束バイアス

- ・ 状態の初期化
- ・ 測定
- ・ 1Q, 2Qゲート演算

トランズモン型超伝導量子ビット

$$\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

量子コンピュータの弱点

- **ノイズに対する脆弱性**

- 何もせずに放置すると量子力学的な重ね合わせは直ぐに失われてしまう。

- コヒーレンス時間：重ね合わせを保持できる時間。

超伝導量子ビットの場合 $\sim 100 \mu s = 0.0001$ 秒。

→ 大規模な計算をするには短すぎる。

- ノイズに対する脆弱性を指摘した初期の論文

Unruh, Phys. Rev. A 51, 992 (1995).

Haroche and Raimond, Physics Today, August 51 (1996).

Landauer, Phil. Trans. R. Soc. Lond. A 353, 367 (1997).

なんらかのノイズ対策が必要不可欠！

ノイズ対策

1. コヒーレンス時間の改善

- ・ 材料
- ・ 回路作製技術
- ・ 回路のデザイン

2. 演算精度の改善

- ・ 制御系
- ・ パルス波形

3. 量子誤り訂正の利用

Shor, Phys. Rev. A 52, R2493 (1995). Review: Terhal, Rev. Mod. Phys. 87, 307 (2015).

- ・ 回路型や測定型では様々な量子誤り訂正符号が知られている。
量子誤り訂正符号の実装まであと少し。
- ・ 断熱型で利用できる量子誤り訂正符号は見つかっていない。

[文献中の図]

超伝導量子ビットのコヒーレンス時間がどう改善されてきたか

Steven M. Girvin, Chap.3 in “Quantum Machines: Measurement and Control of Engineered Quantum Systems”, Oxford Univ. Press (2014).

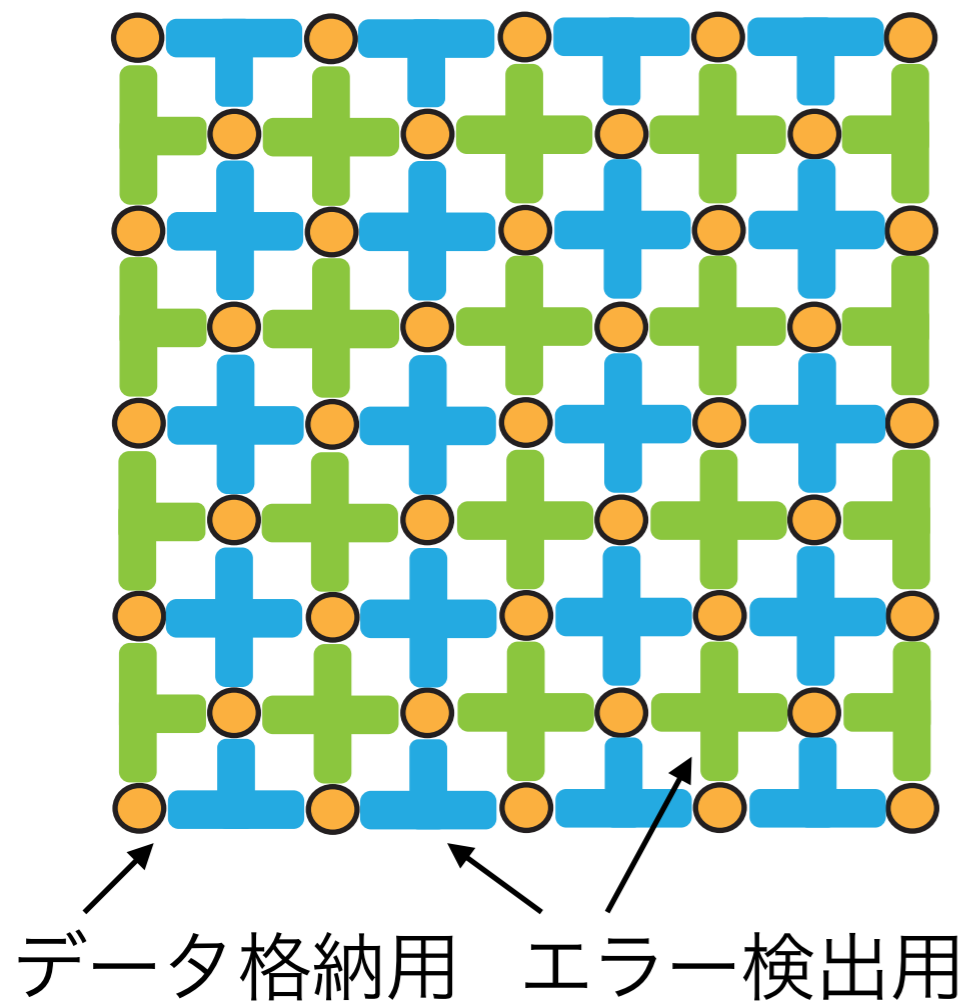
量子誤り訂正符号

冗長性を利用してノイズに対する耐性を持たせる

● 2次元表面符号

Bravyi and Kitaev, arXiv:9811052 [quant-ph].

Kitaev: Ann. Phys. 303, 2 (2003).



Fowler et al., Phys. Rev. A 86, 032324 (2012).

[文献中の図]

表面符号の論理エラーの
物理エラー依存性.

p

(depolarizing error model)

$$p_{\text{th}} = 5.7 \times 10^{-3} \text{ (depth-8)}$$

$$p_{\text{th}} = 6.7 \times 10^{-3} \text{ (depth-6)}$$

量子誤り訂正符号

閾値定理 (やや意識)

基本演算に生じるエラーが局所的, かつ大きさがある値以下なら, 符号に利用する量子ビットの数を増やすことで, 論理演算にエラーが発生する確率を指数関数的に小さくできる.

$$P_L = \text{poly}(p, d) \exp[-\kappa(p) \cdot d]$$

[文献中の図]

表面符号の論理エラーの
物理エラー依存性.

閾値は設定に依存する:

- 符号の種類
- 量子回路の実装方法
- エラーモデル
- エラーの発生場所のモデル
- 復号方法
- 論理エラーの定義

量子誤り訂正符号

閾値定理 (やや意識)

基本演算に生じるエラーが局所的、かつ大きさがある値以下なら、符号に利用する量子ビットの数を増やすことで、論理演算にエラーが発生する確率を指数関数的に小さくできる。

実用上は符号化に割ける量子ビットの数に制限があるため、エラーの大きさを閾値よりもできるだけ小さくすることが望ましい。

[文献中の図]

表面符号の論理エラーの
物理エラー依存性.

閾値は設定に依存する：

- ・ 符号の種類
- ・ 量子回路の実装方法
- ・ エラーモデル
- ・ エラーの発生場所のモデル
- ・ 復号方法
- ・ 論理エラーの定義

量子誤り訂正とノイズ

- 閾値のエラーモデル依存性

- ・ 1次元反復符号の場合

Suzuki, Fujii, and Koashi, Phys. Rev. Lett. 119, 190503 (2017).

[文献中の図]

1次元反復符号の論理エラーの
物理エラー依存性.
ユニタリエラーとビット反転エラー
の比較.

[ビット反転]

0.03243

[ユニタリ]

0.01040

- ・ 閾値はエラーモデルによって変化する.

実験でどのようなエラーが発生しているのか知ることが重要！

超伝導量子回路における実装状況

Nature Commun. 6, 6979 (2015).

PRL 117, 210505 (2016).

Nature 549, 242 (2017).

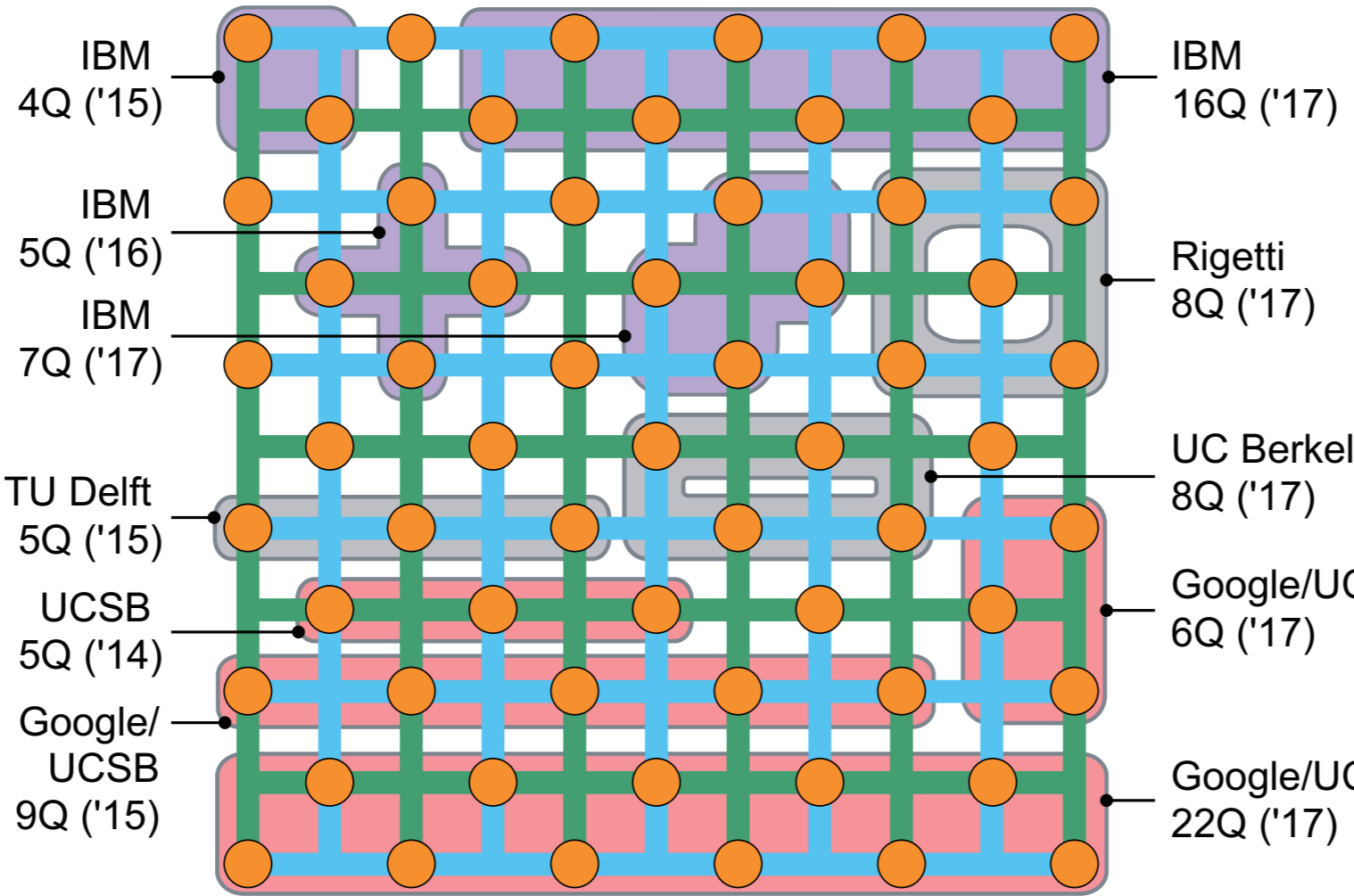
IBM Quantum Experience

サンプルの
写真

サンプルの
写真

サンプルの
写真

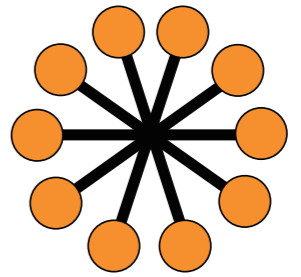
サンプルの写真



サンプル
の写真

1706.06570

PRL 119, 180511 (2017)



USTC 10Q ('17)

サンプル
の写真

サンプルの写真

サンプル
の写真

サンプル
の写真

サンプル
の写真

Nature Commun. 6, 6983 (2015).

Nature 508, 500 (2014).


Nature 519, 66 (2015).

UCSB/Google (2017)

最近の進展

実用に要求される水準には程遠いが、開発は加速している。


- **IBM 20Q, 50Q**



サンプルの写真など


<https://www.ibm.com/blogs/research/2017/11/the-future-is-quantum/>

- **Rigetti 19Q**



サンプルの
写真など

- **Intel & TU Delft 7Q, 17Q, 49Q**

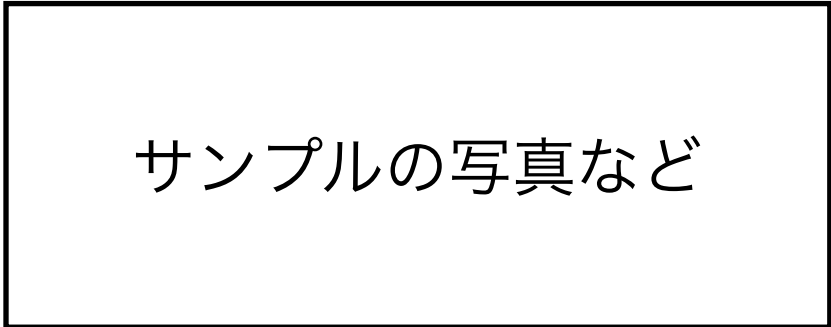


サンプルの写真

Photo Intel.

<https://spectrum.ieee.org/tech-talk/computing/hardware/intels-49qubit-chip-aims-for-quantum-supremacy>

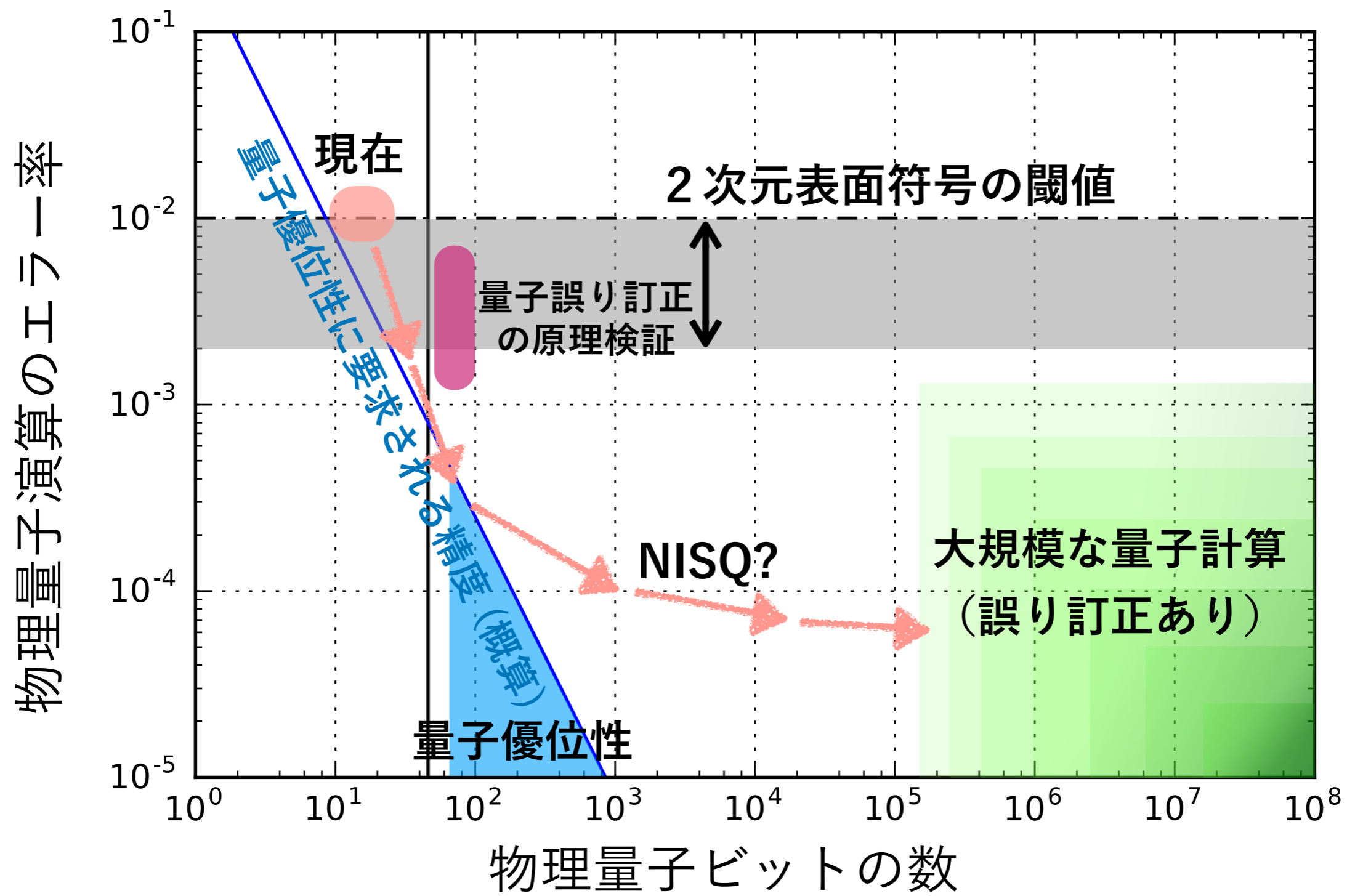
- **UCSB & Google 49Q, 72Q**



サンプルの写真など

<https://ai.googleblog.com/2018/03/a-preview-of-bristlecone-googles-new.html>

実用化までの道のり



参考：Google AI Blog, “A Preview of Bristlecone, Google’s New Quantum Processor”, March 5, 2018.
<https://ai.googleblog.com/2018/03/a-preview-of-bristlecone-googles-new.html>

発表内容

量子演算の実装精度に関する基本事項

1. 背景：量子コンピュータ開発における位置付け

量子コンピュータ，量子誤り訂正，開発状況

2. 量子演算のエラー

演算の実装方法，エラーモデル，エラーの尺度

3. 実装精度の評価手法

量子トモグラフィ，Randomized Benchmarking

4. 課題

量子演算の実装方法

- 状態の初期化

1. 緩和するのを待つ.
2. 測定.

典型的な値（超伝導量子回路の場合）

初期化：~0.01

1-qubit gate：0.001 ~ 0.0001

2-qubit gate：~0.01

測定：~0.01

- ゲート演算

Hamiltonian dynamicsを利用する.

$$U = \mathcal{T} e^{-i \int_0^T dt H(t)} \Rightarrow \mathcal{U}(\rho) = U \rho U^\dagger$$

ある程度制御可能.

- 測定

$|0\rangle$ と $|1\rangle$ で応答の異なる現象を利用する. + 信号の増幅.

散逸のある時間発展

- Lindblad型マスター方程式：

$$\frac{d\rho}{dt} = -i[H(t), \rho] + \underbrace{\sum_i \gamma_i \left(L_i \rho L_i^\dagger - \frac{1}{2} \{L_i^\dagger L_i, \rho\} \right)}_{\text{環境系との相互作用によって生じる散逸項}}$$

環境系との相互作用によって生じる散逸項

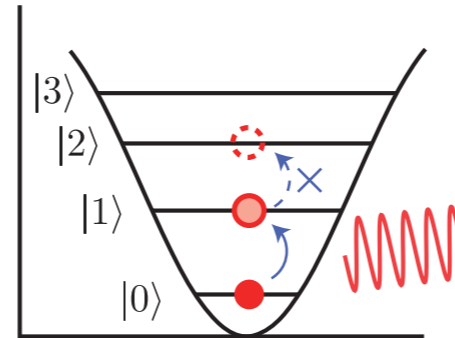
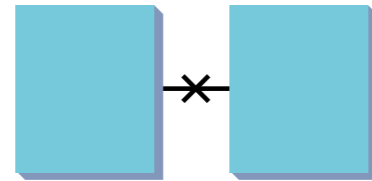
- 1-qubitのdecoherence

$$\begin{pmatrix} \rho_{00} & \rho_{01} \\ \rho_{10} & 1 - \rho_{00} \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} (\rho_{00} - a)e^{-t/T_1} + a & \rho_{01}e^{-t/T_2} \\ \rho_{10}e^{-t/T_2} & (1 - a) - (\rho_{00} - a)e^{-t/T_1} \end{pmatrix}$$

ゲートの実行時間が短いほどデコヒーレンスの影響を受けなくて済む。

ノイズ源：超伝導量子回路の場合

超伝導量子ビット
(トランズモン)



- ・真空中に量子ビットが1つだけあるならコヒーレンス時間は無限大.
(超伝導量子ビットの場合, Josephson接合中の不純物の影響などで
実際はコヒーレンス時間は有限になる)

ノイズ源：超伝導量子回路の場合

ゲート演算用



- 基板表面の凹凸部分や基板内の不純物/欠陥との相互作用.
- 測定やゲート演算用の配線との相互作用. **Decohorence**
- マイクロ波パルス上に乗っているノイズ **Dephasing**
- 測定や制御を高速にするために結合を強めるとノイズ源との結合も強くなってしまう. **Unitary error**
- 他の量子ビットやその周辺配線との相互作用

様々なエラーモデル

- ビット反転エラー

$$\mathcal{E}(\rho) = (1 - p)\rho + pX\rho X$$

- Depolarizing error

$$\mathcal{E}(\rho) = (1 - p)\rho + \frac{p}{3}(X\rho X + Y\rho Y + Z\rho Z)$$

- ユニタリエラー

$$U = e^{-i\theta H}$$

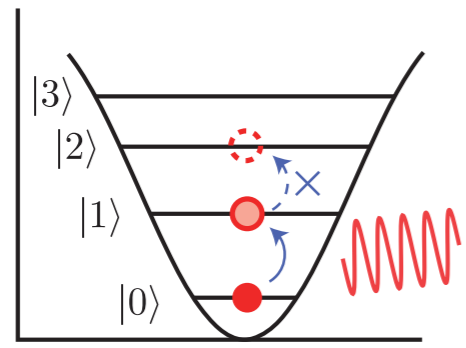
$$U' = e^{-i(\theta + \Delta\theta)H} = e^{-i\Delta\theta H}U$$

注：ここでは簡単のために1-qubitのエラーモデルのみ紹介している. 多量子ビットのエラーモデルも提案され実験データの解析に利用されている.

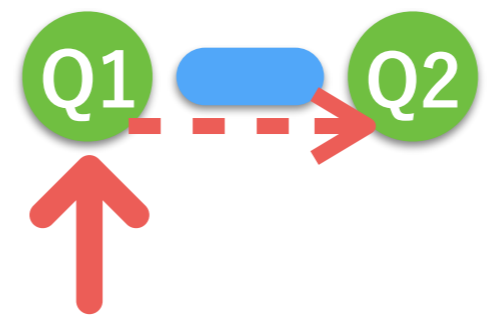
- デコヒーレンス

$$\begin{pmatrix} \rho_{00} & \rho_{01} \\ \rho_{10} & 1 - \rho_{00} \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} (\rho_{00} - a)e^{-t/T_1} + a & \rho_{01}e^{-t/T_2} \\ \rho_{10}e^{-t/T_2} & (1 - a) - (\rho_{00} - a)e^{-t/T_1} \end{pmatrix}$$

- 漏れ (leakage)



- 混線 (Crosstalk)



実装精度の尺度

様々な尺度が提案されている。

- **内積を基にした尺度**

$$IF(\psi, \rho) = 1 - \langle \psi | \rho | \psi \rangle \cdot \cdot \cdot \text{Infidelity}$$

$$AGIF(U, \mathcal{G}) = 1 - \int d\psi \langle \psi | U^\dagger \mathcal{G}(|\psi\rangle\langle\psi|) U | \psi \rangle \cdot \cdot \cdot \text{Average Gate Infidelity}$$

- **ノルムを基にした尺度**

$$\| |\psi\rangle\langle\psi| - \rho \|_{0,1,2,\dots}$$

$$\| \mathcal{U} - \mathcal{G} \|_{0,1,2,\diamond,\dots}$$

$$\| M(\mathcal{U}) - M(\mathcal{G}) \|_{0,1,2,\dots}$$

$$\sum_{\omega} \| \Pi_{\omega} - \Pi'_{\omega} \|_{0,1,2,\diamond,\dots}$$

- **尺度を選ぶ方針：実装したい量子情報処理に適した尺度を選ぶ。**

AGIFもダイヤモンドノルムも量子誤り訂正には適していない。

Sugiyama, Fujii, Nagata, and Tanaka (in preparation).

Suzuki, Fujii, and Koashi, Phys. Rev. Lett. 119, 190503 (2017).

測定の実装精度

z方向の射影測定 $\{|0\rangle\langle 0|, |1\rangle\langle 1|\}$ の実装精度

- Measurement fidelity / Readout fidelity / Assignment fidelity



$$F_R := \frac{1}{2} \{p(0|\rho_0) + p(1|\rho_1)\}$$

$$= \frac{1}{2} \{\text{Tr}[\Pi_0 \rho_0] + \text{Tr}[\Pi_1 \rho_1]\}$$

$$P^{\text{error}} := \frac{1}{2} \{p(1|\rho_0) + p(0|\rho_1)\}$$

$$= \frac{1}{2} \{\text{Tr}[\Pi_1 \rho_0] + \text{Tr}[\Pi_0 \rho_1]\}$$

測定のエラーと状態準備のエラーの両方が含まれている。

発表内容

量子演算の実装精度に関する基本事項

1. 背景：量子コンピュータ開発における位置付け

量子コンピュータ，量子誤り訂正，開発状況

2. 量子演算のエラー

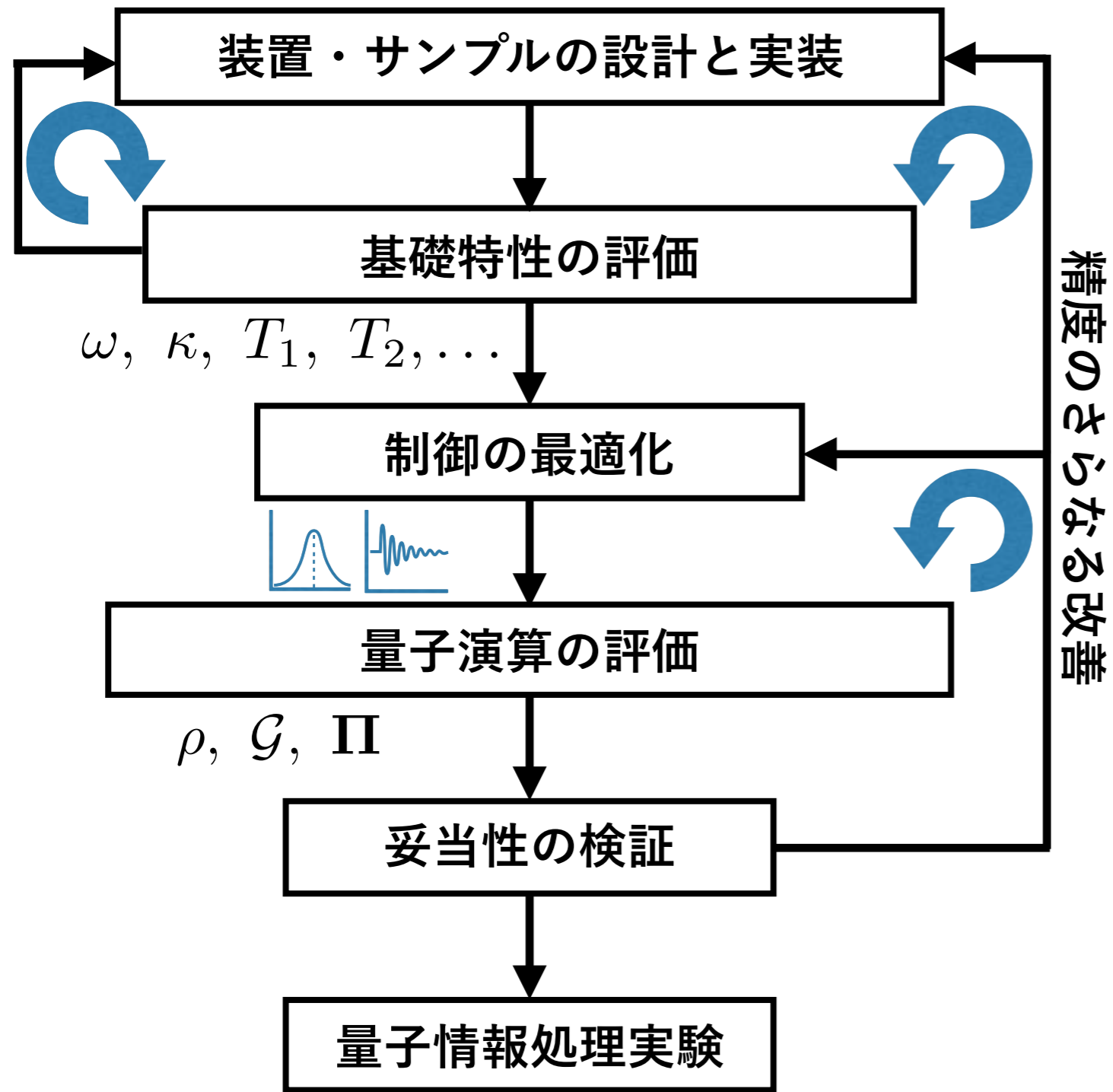
演算の実装方法，エラーモデル，エラーの尺度

3. 実装精度の評価手法

量子トモグラフィ，Randomized Benchmarking

4. 課題

実験における評価手法の位置付け



評価手法の満たすべき条件：

1. 信頼性

- ・ データ数無限大の極限での一貫性
- ・ 得られているデータの再現性
- ・ これから行う実験の予測性

2. 妥当性の検証に利用できる

精度の尺度は実行したい量子情報処理実験に依存する。

3. 実装精度の改善に利用できる

- ・ ハミルトニアンの情報
- ・ デコヒーレンスの情報

統計的手法と課題

現在使われている 2 つの手法は信頼性があまり高くない.

$$p(x) = \text{Tr} [\Pi_x \mathcal{G}(\rho)]$$

- **量子トモグラフィ**

ρ, \mathcal{G}, Π そのものを推定する手法.
多変数の推定.

- **Randomized benchmarking**

\mathcal{G} の平均的な精度を推定する手法.
1変数 (AGF) の推定.

トモグラフィ?

- 通常のトモグラフィ

CT = Computed Tomography

- ・ 断層映像法
- ・ 断層影画像法



- 量子トモグラフィ

Optical Homodyne Tomography

ホモダイン測定を利用したWigner関数の推定。
データ処理に逆ラドン変換を利用した。

Smithey et al., Phys. Rev. Lett. 70, 1244 (1993).

Lvovsky and Raymer, Rev. Mod. Phys. 81, 299 (2009).

現在は量子状態・測定・ゲートの推定全般を意味する。

Paris and Rehacek, *Quantum State Estimation*, Springer (2004).

[文献中の図]

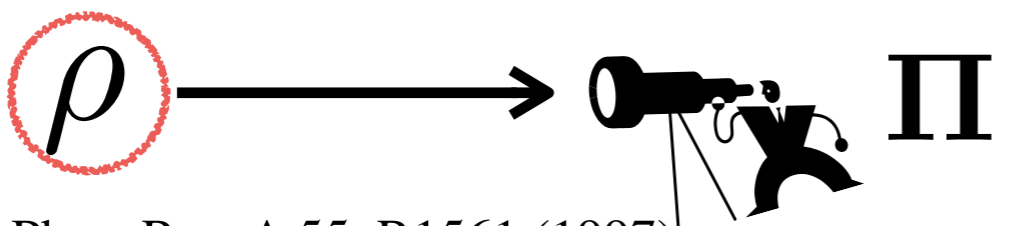
2~5量子ビット系の実験（超伝導量子回路）.
状態トモグラフィによるGHZ状態の実装精度評価.

Barends et al., Nature 508, 500 (2014).

量子トモグラフィの種類

ρ, \mathcal{G}, Π そのものを推定する手法.

状態トモグラフィ



Hradil, Phys. Rev. A 55, R1561 (1997).
 Banaszek et al., Phys. Rev. A 61, 010304 (R) (1999).

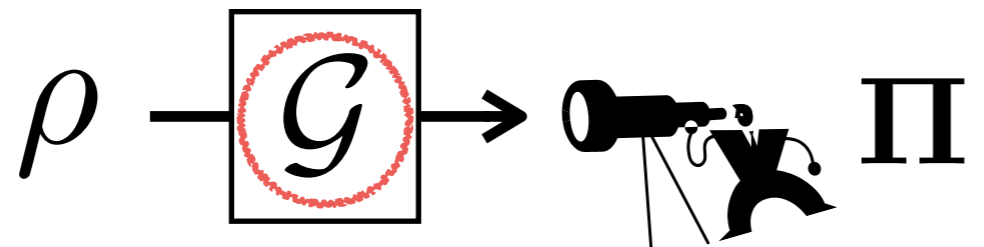
知らない

知ってる

$$p(x) = \text{Tr}[\rho \Pi_x]$$

実験で分かる

プロセストモグラフィ



Poyatos et al., Phys. Rev. Lett. 78, 390 (1997).
 Chuang and Nielsen, J. Mod. Phys. 44, 2455 (1997).

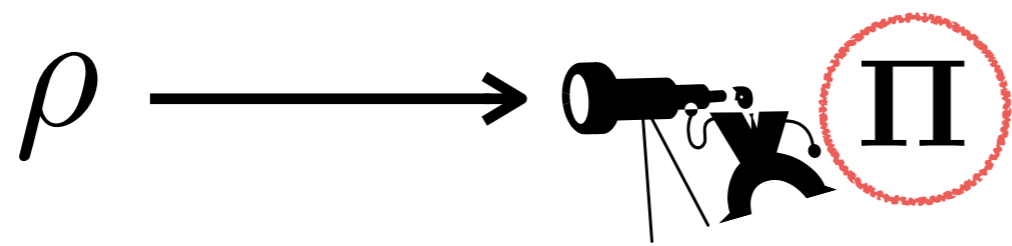
知らない

知ってる

$$p(x) = \text{Tr}[\Pi_x \mathcal{G}(\rho)]$$

実験で分かる

測定トモグラフィ



Luis and Sanchez-Sato, Phys. Rev. Lett. 83, 3573 (1999).

知ってる

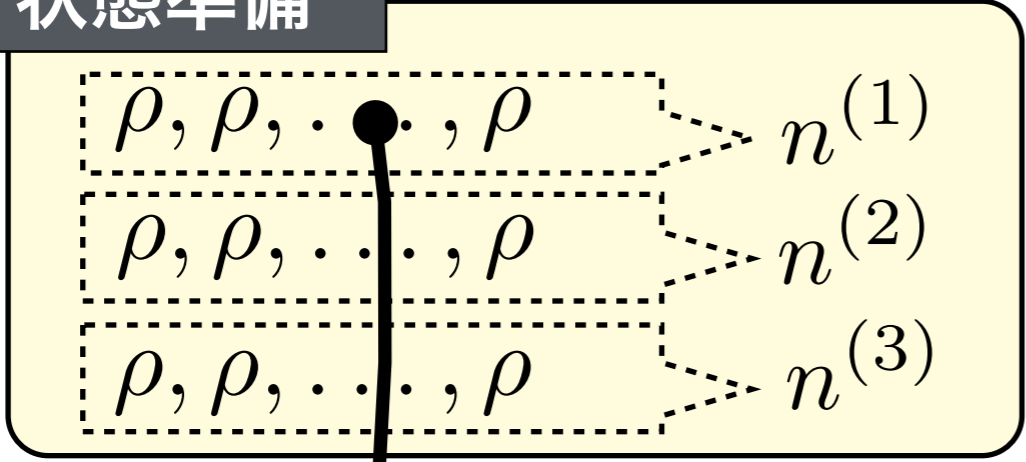
知らない

$$p(x) = \text{Tr}[\rho \Pi_x]$$

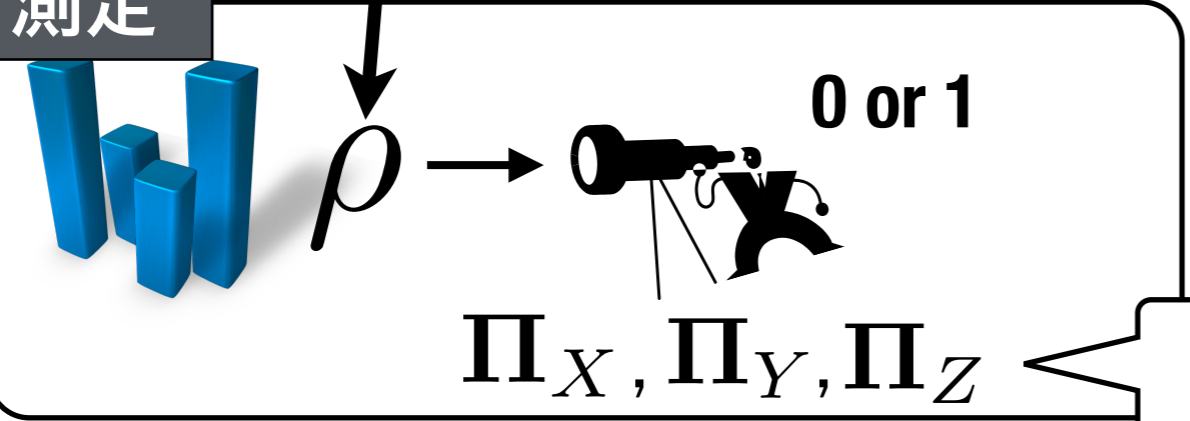
実験で分かる

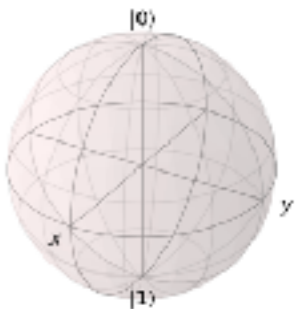
QST : 1-Qubitの場合

1. 状態準備



2. 測定



$$\rho = \frac{1}{2}(\mathbb{1} + \mathbf{s} \cdot \boldsymbol{\sigma})$$


$$s_1 = p(0|\rho, \Pi_X) - p(1|\rho, \Pi_X)$$

$\hookrightarrow s_{n,1}^L := \frac{n_0^{(1)}}{n^{(1)}} - \frac{n_1^{(1)}}{n^{(1)}}$

情報完全

3. 推定

- 線形推定量 Fano, Rev. Mod. Phys. 29, 74 (1957).

$$\rho_n^L = \frac{1}{2}(\mathbb{1} + s_{n,1}^L \sigma_X + s_{n,2}^L \sigma_Y + s_{n,3}^L \sigma_Z)$$

$\rightarrow \rho$ as $n \rightarrow \infty$.

漸近一致性

線形推定量の問題点

- ・ 推定結果が非物理的になることがある。

負の固有値を持つ密度行列？

Hradil, Phys. Rev. A 55, R1561 (1997).

Blume-Kohout, New J. Phys. 12, 043034 (2010).

- 最尤推定量の場合

$$\rho_n^{\text{ML}}(\text{data})$$

$$= \operatorname{argmax}_{\sigma} L(\sigma | \text{data}, \Pi)$$

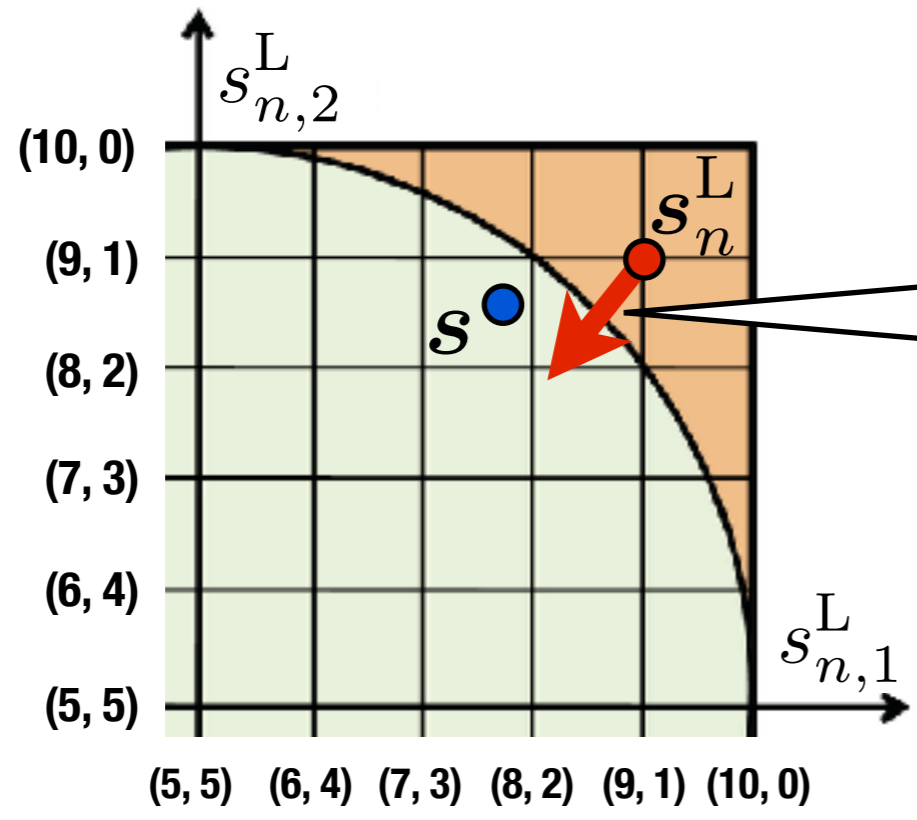
$$\begin{aligned} \operatorname{Tr}[\sigma] &= 1 \\ \sigma &\geq 0 \end{aligned}$$

d>2では球よりも複雑になる。

パラメタの数はqubitの数に対して指数関数的に増加する。

例: 1-qubit Π_X, Π_Y $n^{(1)} = n^{(2)} = 10$

$$s_{n,1}^L := \frac{n_0^{(1)}}{n^{(1)}} - \frac{n_1^{(1)}}{n^{(1)}} \quad s_{n,2}^L := \frac{n_0^{(2)}}{n^{(2)}} - \frac{n_1^{(2)}}{n^{(2)}}$$



非線形な推定量

- Norm-minimization
- Maximum-likelihood
- Bayesian
- Maximum-Entropy
- etc.

Paris & Rehacek, *Quantum state estimation*, Springer (2004).

制約付き最小二乗推定量

最尤推定量は境界付近で数値的に不安定になりやすいので、数値的な実装では最小二乗推定量が用いられることが多い。

- 期待値について：

$$\rho_n^{\text{est}} := \underset{\substack{\rho \\ \rho \geq 0}}{\text{argmin}} \sum_i \left(\text{Tr}[A^{(i)} \rho] - \frac{1}{n^{(i)}} \sum_j a_j^{(i)} \right)^2$$

$$\text{Tr } \rho = 1 \quad \text{Smolin et al., Phys. Rev. Lett. 108, 070502 (2012).}$$

注：この論文ではMaximum likelihood estimatorと呼ばれている。

- 確率分布について：

$$\rho_n^{\text{est}} := \underset{\substack{\rho \\ \rho \geq 0 \\ \text{Tr } \rho = 1}}{\text{argmin}} \sum_i \left\| \mathbf{p}^{(i)}(\rho) - \mathbf{f}_n^{(i)} \right\|_2^2$$

$$\left\| \mathbf{p}^{(i)}(\rho) - \mathbf{f}_n^{(i)} \right\|_2^2 = \text{Tr}[\Pi_x^{(i)} \rho]$$

量子状態の自由度

いくつかのパラメタを推定するの？

$$\dim \mathcal{H} = d$$

量子状態

密度行列 ρ

$d \times d$ エルミート行列： d^2

固有値の総和が 1 : 1
(等式制約条件)

固有値が非負： $d - 1$
(不等式制約条件)

量子状態の自由度： $d^2 - 1$

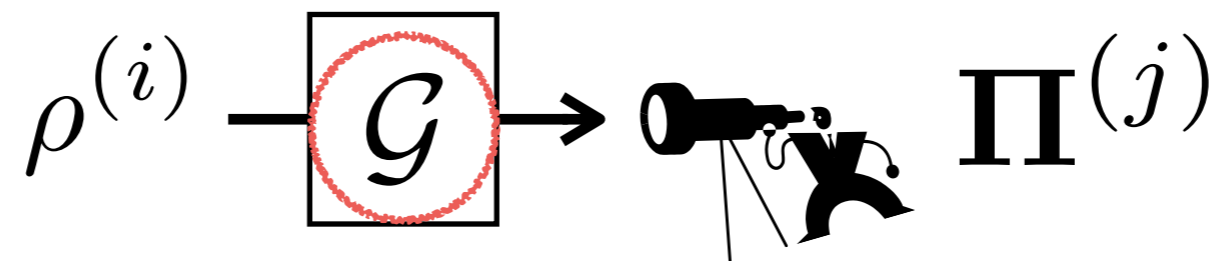
k-qubitの場合 $d = 2^k$

自由度： $4^k - 1$

粒子数 k	次元 d	自由度
1	2	3
2	4	15
3	8	63
4	16	255
5	32	1,023

状態トモグラフィでは量子ビット数に関して指数的なコストがかかる。

QPT : 一般の場合



$$p(x|i, j) = \text{Tr} \left[\Pi_x^{(j)} \mathcal{G} \left(\rho^{(i)} \right) \right]$$

$$= \text{Tr} \left[\left(\Pi_x^{(j)} \otimes \rho^{(i)T} \right) C \right]$$

QST :

$$p(x|i) = \text{Tr} \left[\Pi_x^{(i)} \rho \right] \quad \begin{array}{l} \rho \geq 0 \\ \text{Tr} \rho = 1 \end{array}$$

• Choi行列

$$C := \mathcal{G} \otimes \mathcal{I} \left(\sum_i |i\rangle\langle i| \otimes \sum_j \langle j|\langle j| \right)$$

$$\mathcal{G} : \text{CP} \Leftrightarrow C \geq 0$$

$$\mathcal{G} : \text{TP} \Leftrightarrow \text{Tr}_1 [C] = I$$

$$C_n^{\text{rest}} := \underset{\substack{C \geq 0 \\ \text{Tr}_1 C = I}}{\text{argmin}} \sum_{(i,j)} \left\| \mathbf{p}(C|i, j) - \mathbf{f}^{(i,j)} \right\|^2$$

CP-TP写像の行列表現

様々な行列表現が知られており用途に応じて使い分けられる

$$\begin{aligned}
 \mathcal{G}(\rho) &= \sum_i K_i \rho K_i^\dagger && K_i : \text{Kraus行列} \\
 &= \sum_{\alpha, \beta} \chi_{\alpha\beta} \sigma_\alpha \rho \sigma_\beta && \chi : \text{プロセス行列} \\
 &= \text{Tr}_2[(I \otimes \rho^T) C] && C : \text{Choi行列} \\
 &= \text{Tr}_2[U(\rho \otimes \sigma)U^\dagger] : \text{Steinsping表現}
 \end{aligned}$$

$$\mathbf{s} \mapsto A\mathbf{s} + \mathbf{a}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & \mathbf{0}^T \\ \mathbf{a} & A \end{pmatrix} : \text{Superoperator, Pauli transfer matrix}$$

ゲート演算の自由度

いくつかのパラメタを推定するの？

$$\dim \mathcal{H} = d$$

量子操作

L-TP-CP写像 \mathcal{G}

エルミート行列から

エルミート行列への線形写像： d^4

トレース保存： d^2
(等式制約条件)

完全正： d^2
(不等式制約条件)

量子操作の自由度： $d^4 - d^2$

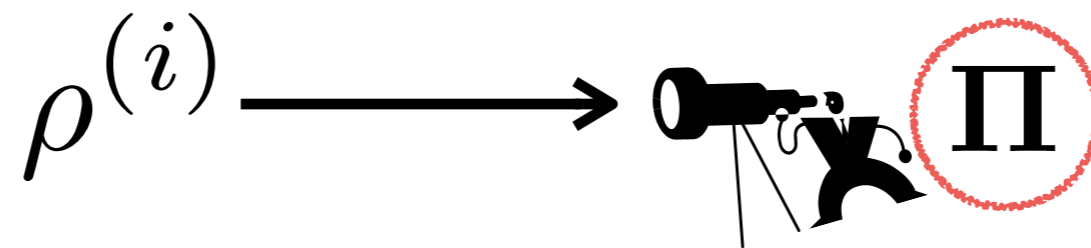
n-qubitの場合 $d = 2^k$

自由度： $16^k - 4^k$

粒子数 k	次元 d	自由度
1	2	12
2	4	240
3	8	4,032
4	16	65,280
5	32	1,047,552

プロセストモグラフィでも量子ビット数に関して指数的なコストがかかる。

POVM : 一般の場合



$$p(x|i) = \text{Tr} \left[\Pi_x \rho^{(i)} \right] \quad \Pi_x \geq 0 \quad \sum_x \Pi_x = I$$

$$\Pi_n^{\text{est}} := \underset{\Pi}{\text{argmin}} \sum_i \left\| p(\Pi|i) - f_n^{(i)} \right\|^2$$

$$\Pi_x \geq 0$$


$$\sum_x \Pi_x = I$$

- POVMの自由度

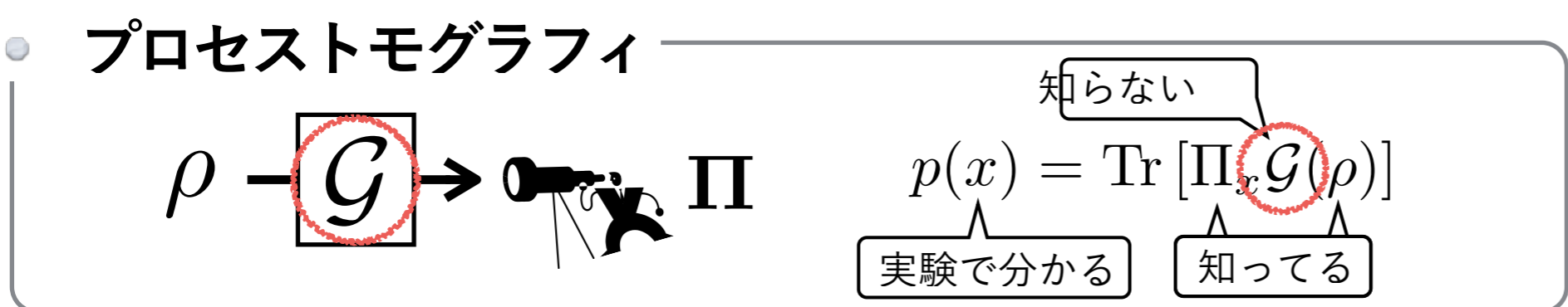
$$(M - 1)d^2 \quad M \text{は取り得る測定値の総数.}$$

量子トモグラフィの問題点

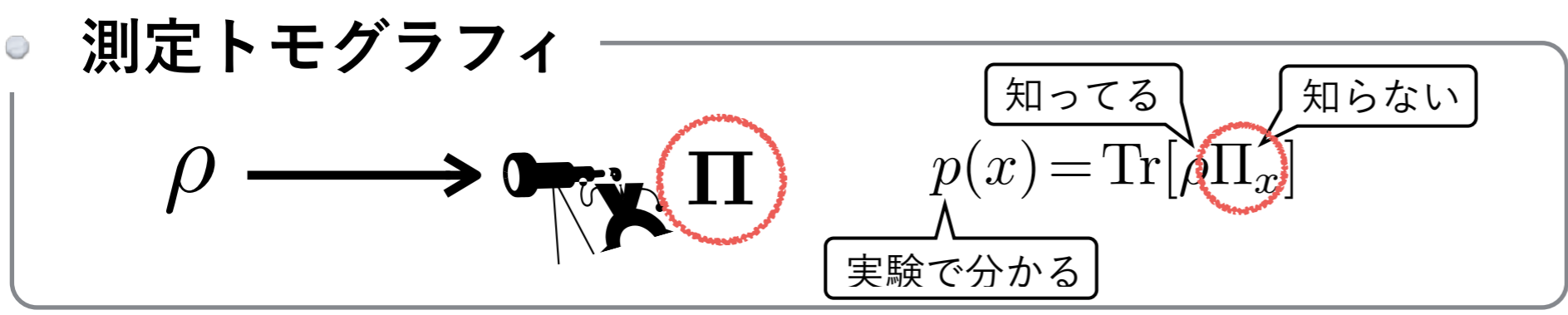
「状態や測定を知っている」という仮定は妥当でない。

- 状態トモグラフィ**


$$p(x) = \text{Tr}[\rho \Pi_x]$$

知らない (rho), 知ってる (Pi_x), 実験で分かる
- プロセストモグラフィ**


$$p(x) = \text{Tr}[\Pi_x \mathcal{G}(\rho)]$$

知らない (G), 知ってる (Pi_x), 実験で分かる
- 測定トモグラフィ**


$$p(x) = \text{Tr}[\rho \Pi_x]$$

知ってる (rho), 知らない (Pi_x), 実験で分かる

厳密には既知ではない

$$\rho \neq \rho_*$$

$$\Pi \neq \Pi_*$$

→ 系統誤差が生じる

State Preparation
And Measurement
Error

SPAMエラーがあると一致推定量を構成できない。
 → 信頼性が低いので、超高精度な量子演算の精度評価には不向き。

Self-Consistent QT

SPAMエラーに対する脆弱性の克服に向けて

- Merkel et al., Phys. Rev. A 87, 062119 (2013).
- SPAMエラーに対する脆弱性は残っている。
- Stark, PRA 89, 052109 (2014).
- SPAMエラーの影響を受けない部分のみを推定する。
- Blume-Kohout et al., arXiv:quant-ph/1310.4492.

GST (Gate-Set Tomography)

- 実験でも使われるようになってきている。

Dehollain et al., NJP 18, 103018 (2016).

Blume-Kohout et al., Nature Commun. 8, 14485 (2017).

Rudinger et al., PRL 118, 190502 (2017).

Mavadia et al., arXiv:1706.03787 [quant-ph]

利点

- SPAMエラーの影響を受けない。
- Open Python library (pyGSTi).

欠点

- ゲージ等価性と物理的であることが両立しない。

	Gauge-equivalent?	Physical?
LGST	Yes	No
PGST	No	Yes

- IS, Imori, and Tanaka, arXiv:1806.02696.
 - 正則化を利用することでGSTの課題を解決した。
 - 信頼性は担保される。妥当性の検証にも利用可能。
 - 精度の改善に有用かどうかはまだ実証されていない。

統計的手法と課題

現在使われている2つの手法は信頼性があまり高くない。

$$p(x) = \text{Tr} [\Pi_x \mathcal{G}(\rho)]$$

● 量子トモグラフィ

ρ, \mathcal{G}, Π そのものを推定する手法。
多変数の推定。

仮定

\mathcal{G} を推定するときは ρ と Π は既知。

問題点

1. SPAMエラー由来の系統誤差。
2. 測定と推定のコストがqubit数に関して指数関数的に増加する。

● Randomized benchmarking

\mathcal{G} の平均的な精度を推定する手法。
1変数 (AGF) の推定。

RBの背景

J. Emerson, et al., J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt. 7, S447 (2005).
E. Knill, PRA 77, 012307 (2008), E. Magesan, et al., PRL 106, 180504 (2011).

動機

ゲート演算の実装精度を評価したい。

でも、QPTは実装コストが高いからしたくない！

アイデア

実装コストを減らすために

1. 推定するパラメタの数を減らす。

思い切って1変数のみに限定する。

→ Average gate fidelity F^{ave}

2. ランダム化を利用する。

平均的な量であれば効率的に評価できるかもしれない。

→ ゲートの集合を扱う Cliffordゲート

SPAMエラーの影響を抑えるために

3. ゲート演算を何度も実行する。

Cliffordゲート

- **Pauli群 \mathcal{P}_k**

$$1\text{-qubit} : \{ \pm I, \pm iI, \pm X, \pm iX, \pm Y, \pm iY, \pm Z, \pm iZ \}$$

$$k\text{-qubit} : \{ \pm 1, \pm i \} \times \{ \sigma_{i_1} \otimes \cdots \otimes \sigma_{i_k} \}$$

- **Clifford群 Cl_k**

$$\{ U \mid U\sigma U^\dagger \in \mathcal{P}_k, \forall \sigma \in \mathcal{P}_k \}$$

- **Cliffordゲート**

$$\mathcal{C}(\rho) = U\rho U^\dagger, U \in Cl_k$$

- 生成元 : H, S, CX

- Gottesman-Knillの定理

Pauli基底の初期状態, Pauli射影測定, Cliffordゲートから構成される量子回路は古典コンピュータで効率的にシミュレート可能.

- 万能性との関係

Clifford回路 + non-Cliffordゲート \rightarrow 万能

Average Gate Fidelity

- 定義

$$F^{\text{ave}}(\mathcal{U}, \mathcal{G}) := \int d\mu(\psi) \text{Tr} [\mathcal{U}(\rho_\psi) \mathcal{G}(\rho_\psi)] \quad \rho_\psi := |\psi\rangle\langle\psi|$$

\uparrow
 Haar測度 (状態ベクトルの空間上で一様な測度)

- 意味

純粋状態に対する作用の平均的な近さ。

エラーがない場合：

$$\rho_\psi \longrightarrow \boxed{\mathcal{U}} \longrightarrow \mathcal{U}(\rho_\psi)$$

エラーがある場合：

$$\rho_\psi \longrightarrow \boxed{\mathcal{G}} \longrightarrow \mathcal{G}(\rho_\psi)$$

- Average Gate Set Fidelity

$$\overline{F^{\text{ave}}} = \frac{1}{|\mathcal{Cl}_k|} \sum_i F^{\text{ave}}(\mathcal{G}_i, \mathcal{C}_i)$$

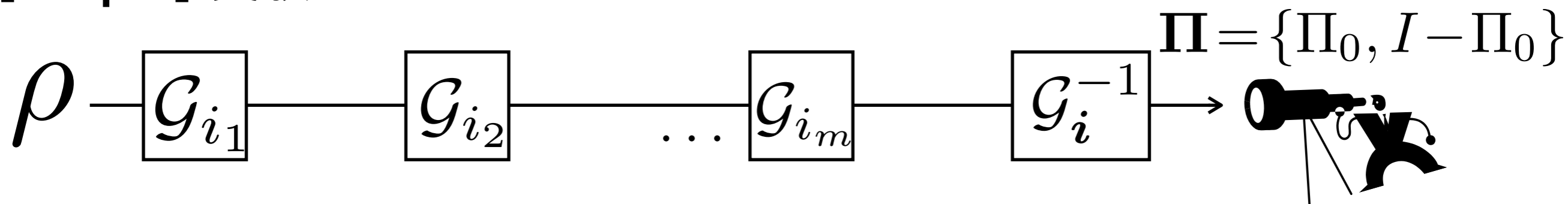
Standard RB

仮定： $\mathcal{G}_i = \mathcal{E} \circ \mathcal{C}_i$

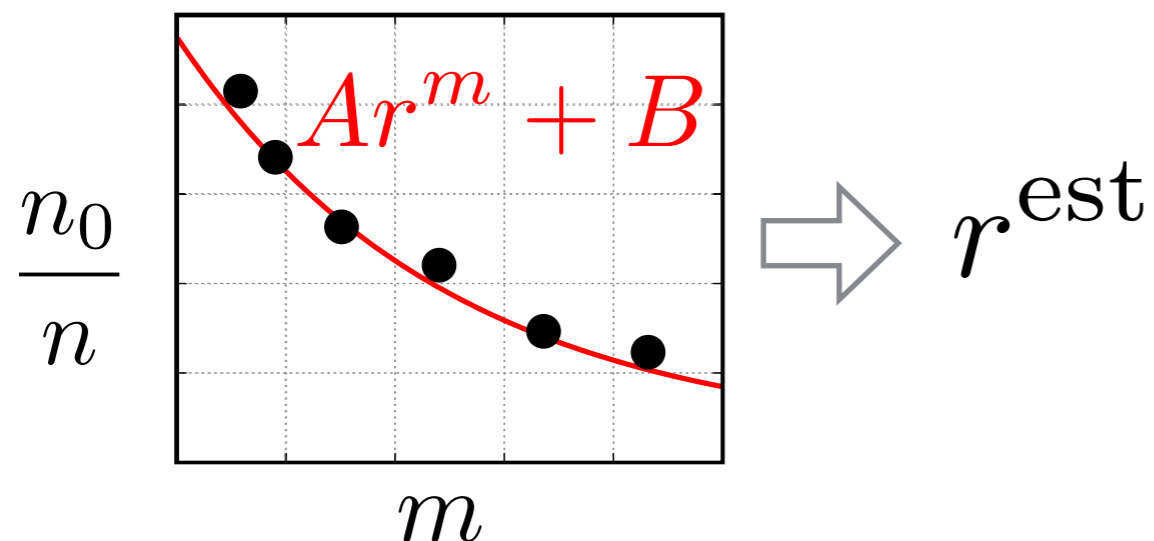
Magesan, Gambetta, Emerson, Phys. Rev. Lett. 106, 180504 (2011).

Magesan, Gambetta, Emerson, Phys. Rev. A 85, 042311 (2012).

[Step 1] 実験



[Step 2] フィットティング



Fitting関数の導出に必要な知識：

- Twirling
- Schurの補題
- Depolarizing error
- Clifford群はUnitary 2-design

[Step 3] AGSFへの換算

$$(1 - \overline{F^{\text{ave}}})^{\text{est}} := \left(1 - \frac{1}{d}\right) (1 - r^{\text{est}})$$

仮定が成立すれば、データ数無限大の極限で真値に収束する。

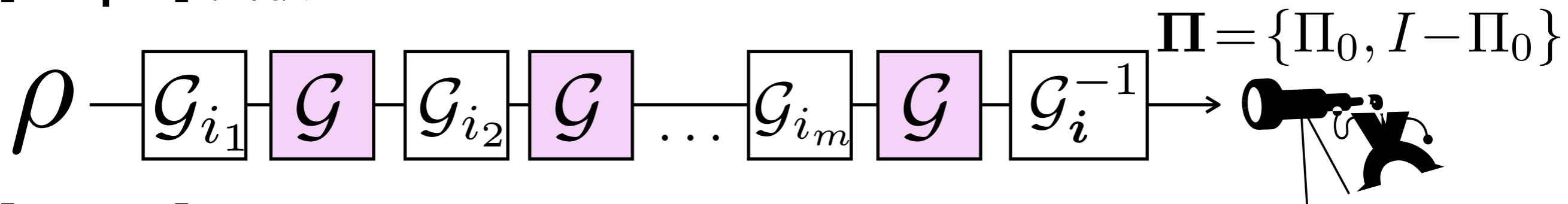
Interleaved RB

仮定: $\mathcal{G}_i = \mathcal{E}_i \circ \mathcal{C}_i$ $\mathcal{E}_i \approx \frac{1}{|Cl_k|} \sum_i \mathcal{E}_i$

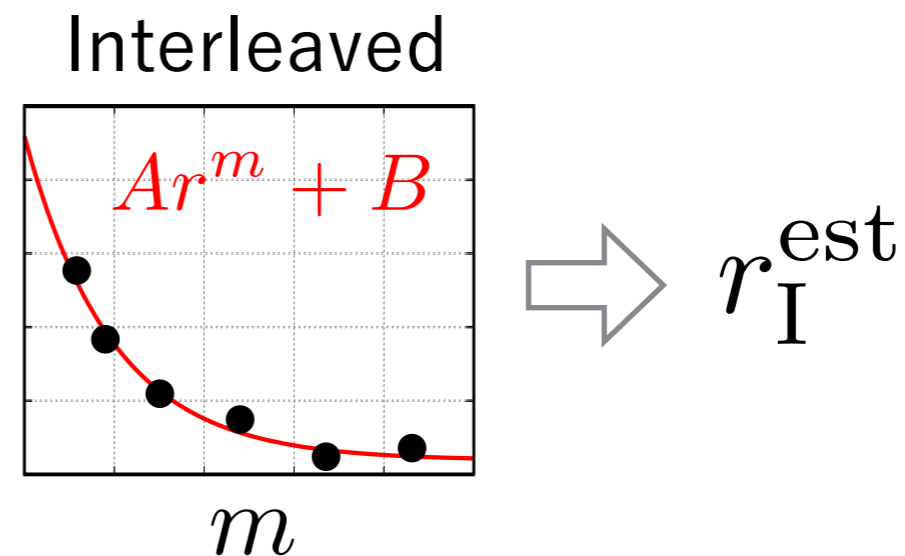
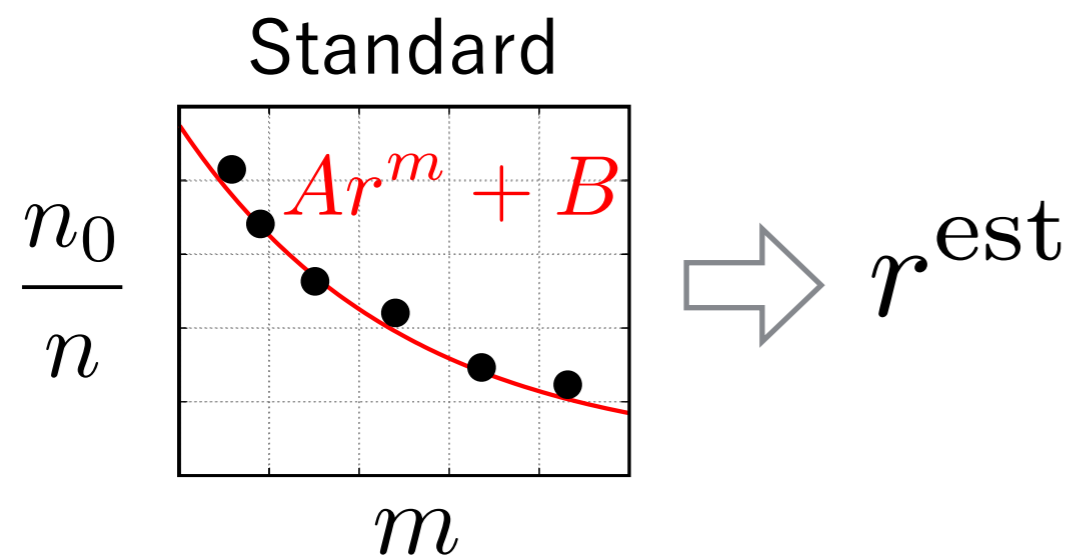
J. P. Gabler, et al., Phys. Rev. Lett. 108, 260503 (2012).

E. Magesan, et al., Phys. Rev. Lett. 109, 080505 (2012),

[Step 1] 実験



[Step 2] フィットティング



[Step 3] AGFへの換算

$$[1 - F^{\text{ave}}(\mathcal{G}, \mathcal{C})]^{\text{est}} := \left(1 - \frac{1}{d}\right) \left(1 - \frac{r_I^{\text{est}}}{r^{\text{est}}}\right)$$

仮定が成立しても、データ数
無限大の極限で真値に収束しない。

RBの実験例

Barends et al., Nature 508, 500 (2014).

[文献情報]

- Five superconducting qubits (transmons)
- Randomized Benchmarking (1&2 qubits)
- Quantum State Tomography (2, 3, 4, 5 qubits)

[文献中の図]
5-qubit (transmon)
のサンプルの写真

[文献中の図]

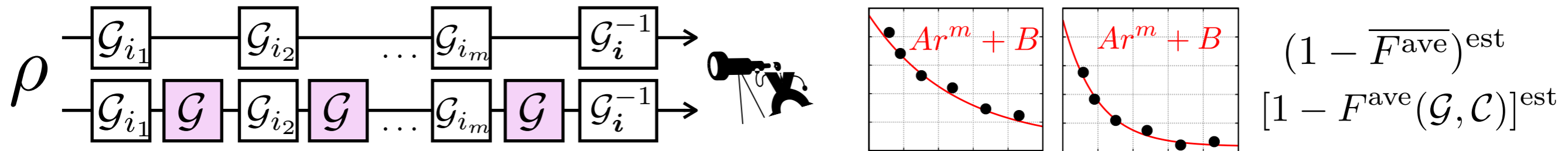
1-qubitのInterleaved RBの実験結果

[文献中の図]

2-qubitのInterleaved RBの実験結果

Randomized Benchmarking

Clifford演算の平均的な実行精度を効率よく推定する手法



基本

- 推定対象：Clifford演算のAverage gate fidelity (の平均値)
- 実験設定：Random Clifford 演算
- 推定量：相対頻度+フィッティング+換算

利点

- 実行コストが低い. $O(k^4)$... Scalable!
- SPAMエラーに比較的強い.

問題点

1. Standard: 仮定が非現実的 $G_i = \mathcal{E} \circ C_i$
2. Interleaved: 換算時に系統誤差が生じる.
3. 状態や測定の実装精度は評価できない.
4. 精度改善のヒントとなる情報はあまり得られない.

RB Families

Complements of Standard RB

- **Standard RB**

Becoming default methods in experiments

Emerson, Alicki, Zyczkowski, J Opt. B: Quantum Semiclass. Opt. 7, S347 (2005).

Knill et al., PRA 77, 012307 (2008).

Magesan, Gambetta, Emerson, PRL 106, 180504 (2011).

Magesan, Gambetta, Emerson, PRA 85, 042311 (2012).

- **Interleaved RB (gate-dependence)**

Magesan et al., PRL 109, 080505 (2012).

- **Leakage RB**

Wallman, Barnhill, Emerson, NJP 18, 043021 (2016).

Chasseur and Wilhelm, PRA 92, 042333 (2015).

- **Simultaneous RB (crosstalk)**

Gambetta et al., PRL 109, 240504 (2012).

- **Purity RB (coherence)**

Wallman et al., NJP 17, 113020 (2015).

Sheldon et al., PRA 93, 012301 (2016).

- **Loss RB**

Wallman, Barnhill, Emerson, PRL 115, 060501 (2015).

- **non-Clifford RB**

Cross et al., npj Quantum Inf. 2,16012 (2016).

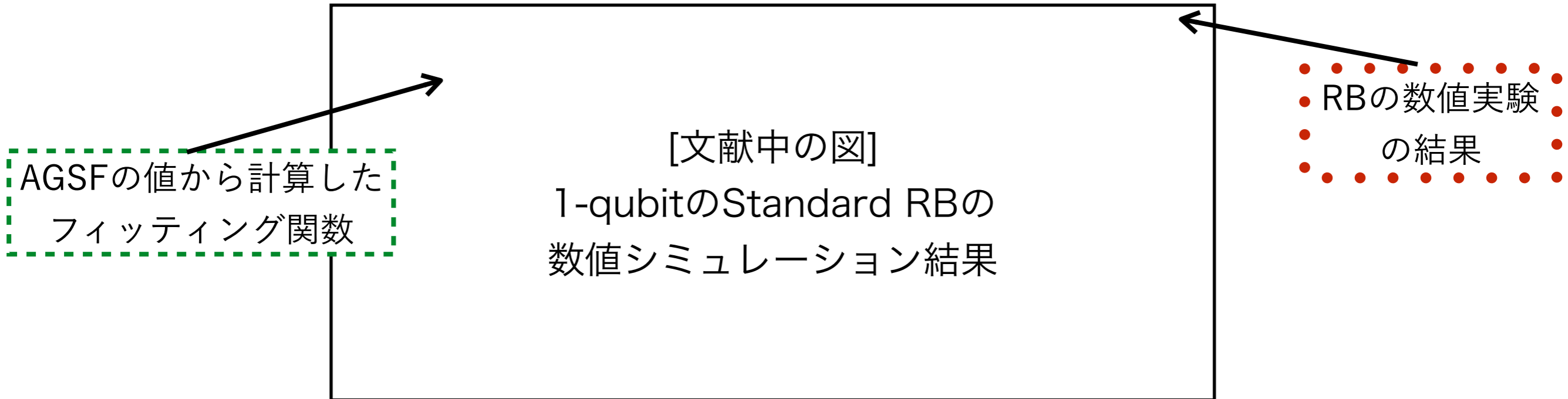
- **Tomographic RB (unital)**

Kimmel et al., PRX 4, 011050 (2014).

RBの信頼性

- Standard RBでエラーがゲート毎に少し異なる場合の数値シミュレーションの結果

Proctor et al., Phys. Rev. Lett. **119**, 130502 (2017).



- 仮定： $\mathcal{G}_i = \mathcal{E} \circ \mathcal{C}_i$ が成立していない場合，SRBの推定値はデータ数無限大の極限でも真値と大きく異なることがある。

Wallman, Quantum 2, 47 (2018).

Qi and Ng, arXiv:1805.10622 [quant-ph].

- IRBの同様の脆弱性を抱えている可能性がある。

RBはAverage Gate Fidelityではない量を評価している場合がある

統計的手法と課題

現在使われている2つの手法は信頼性があまり高くない。

$$p(x) = \text{Tr} [\Pi_x \mathcal{G}(\rho)]$$

量子トモグラフィ

ρ, \mathcal{G}, Π そのものを推定する手法。
多変数の推定。

仮定

\mathcal{G} を推定するときは ρ と Π は既知。

問題点

1. SPAMエラー由来の系統誤差。
2. 測定と推定のコストがqubit数に関して指数関数的に増加する。

Randomized benchmarking

\mathcal{G} の平均的な精度を推定する手法。
1変数 (AGF) の推定。

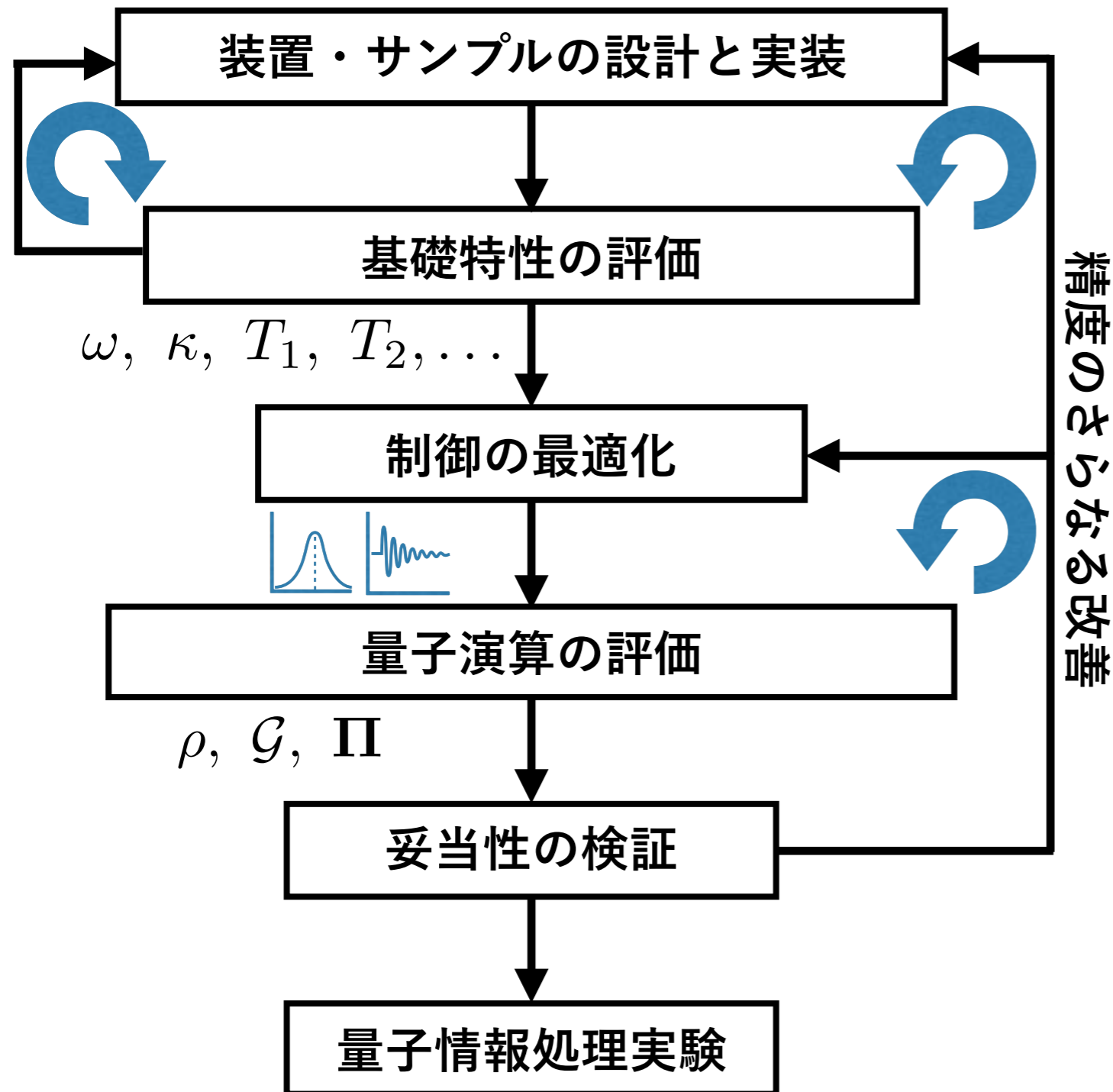
仮定

エラーはdepolarizing channelで記述される

問題点

1. エラーの詳細は分からない。
2. 実際のエラーはdepolarizing channelでは記述できない。
3. 状態と測定の精度は評価できない。
4. 系統誤差が大きくなる場合がある。

実験における評価手法の位置付け



評価手法の満たすべき条件：

1. 信頼性

- ・ データ数無限大の極限での一貫性
- ・ 得られているデータの再現性
- ・ これから行う実験の予測性

2. 妥当性の検証に利用できる

精度の尺度は実行したい量子情報処理実験に依存する。

3. 実装精度の改善に利用できる

- ・ ハミルトニアンの情報
- ・ デコヒーレンスの情報

QTもRBも条件1を満たさない。 → 新しい評価手法の開発が必要！

発表内容

量子演算の実装精度に関する基本事項

1. 背景：量子コンピュータ開発における位置付け

量子コンピュータ，量子誤り訂正，開発状況

2. 量子演算のエラー

演算の実装方法，エラーモデル，エラーの尺度

3. 実装精度の評価手法

量子トモグラフィ，Randomized Benchmarking

4. 課題

評価手法研究の重要性 (1)

Quantum Characterization, Verification, and Validation

U.S. Army Research Office Broad
Agency Announcement

W911NF-13-R-0010

Research in Quantum Computing

June 2013

[文献の一部引用]

QCVV, 特にCharacterizationのより良い手法開発
に関する研究を助成対象としている。

「QTもRBも欠点があって不十分」
精度向上への利用を重視

評価手法研究の重要性 (2)

Quantum Characterization, Verification, and Validation

Martinis, *npj Quantum Information* 1, 15005 (2015).

Gambetta, Chow, and Steffen, *npj Quantum Information* 3, 2 (2017).

[文献の一部引用]

Interleaved RBとQTに
言及している。

「RBで十分」

[文献の一部引用]

QTとRBに言及している。

「QTもRBも欠点があって不十分」

- ・ 精度向上への利用とQECのための妥当性検証を重視

評価手法研究の重要性 (3)

Quantum Characterization, Verification, and Validation

Future Directions of Quantum
Information Processing

A Workshop on the Emerging Science and Technology of Quantum
Computation, Communication, and Measurement

August 2016

[文献の一部引用]

量子情報技術の達成すべきマイルストーンとなる目標を
5年後, 10年後, 20年後に分けて列挙し,
これらの目標を達成するためには
QCVVの研究, 特に手法開発が重要であると説明している.

評価手法研究の重要性 (4)

Quantum Characterization, Verification, and Validation

ASCR Report on a Quantum
Computing Testbed for Science

Sponsored by U. S. Department of Energy
Advanced Scientific Computing Research Program

Quantum Testbed Stakeholder Working Group

February 2017

[文献の一部引用]

量子誤り訂正の実現と利用においてQCVVの手法
が重要であると説明している。

課題

● 信頼性の高い評価手法の開発

- ・ 信頼性の検証 ← 理論と数値計算の両面からの検証が必要
- ・ さらなる高精度化に使える ← 各実験系での実証が必要
- ・ 妥当性評価に使える ← 量子誤り訂正符号に適した尺度を明らかにすることが必要
- ・ 実装コストが現実的

● ソフトウェア開発

最先端の評価手法を誰でも容易に利用できる環境が重要。

- ・ オープンソース

pyGSTi

- ・ 有償？

Quantum Benchmark

まとめ

量子演算の実装精度に関する基本事項の説明

1. 背景：量子コンピュータ開発における位置付け

- ・ 回路モデルに基づく万能量子コンピュータの実現にむけて
- ・ 量子誤り訂正符号の重要性と実装状況.
- ・ 実用化にはまだまだ時間がかかる.

2. 量子演算のエラー

- ・ 演算の実装方法とノイズ源, エラーモデル, エラーの尺度

3. 実装精度の評価手法

- ・ 信頼性, 妥当性の検証への有用性, 改善への有用性)
- ・ 量子トモグラフィ, Randomized Benchmarking
どちらも良い手法だが不十分. 信頼性が足りない.

4. 課題

- ・ 3つの条件を満たす新手法の開発.
- ・ 誰でも使えるような環境整備.