

# 空間並進による離散時間結晶

arXiv:1804.01291

水田 郁 (Kaoru Mizuta)  
京都大学 理学研究科 凝縮系理論グループ 修士2回生

共同研究者: 高三 和晃, 中川 大也, 川上 則雄

# Outline

- I. 背景 ～離散時間結晶とは～
- II. 我々の研究 ～空間並進による離散時間結晶～
  - 空間並進を利用した新しい時間結晶の実現法
  - 時間結晶の量子回路上での実現
- III. まとめ

# Chapter 1.

背景

～離散時間結晶とは～



# 1-1. 離散時間結晶とは

= 離散時間並進対称性の自発的破れによる秩序相

(※結晶は連続空間並進対称性の自発的破れによる秩序相)

## ▶ 離散時間結晶 ～ 離散時間並進対称性の自発的破れ～

周期駆動系(Floquet系)

$$H(t + T) = H(t), \exists T$$

ある周期 $T$ に対する  
離散時間並進対称性



SSB

(準)非平衡定常状態

$$O(t + nT) = O(t), \exists n$$

ある整数倍周期 $nT$ に対する  
離散時間並進対称性

SSBによる安定な秩序相 = 離散時間結晶

# 1-2. 離散時間結晶の例

D. V. Else, et al., PRL 117, 090402 (2016)

- ▶ 系: 周期 $T$ の横磁場パルス&ランダム磁場下の Ising スピン系

$$H(t) = \frac{\pi - \varepsilon}{2} \sum_i \sigma_i^x \sum_{m \in \mathbb{Z}} \delta(t - mT) + \sum (J_{ij} \sigma_i^z \sigma_j^z + h_i \sigma_i^z)$$

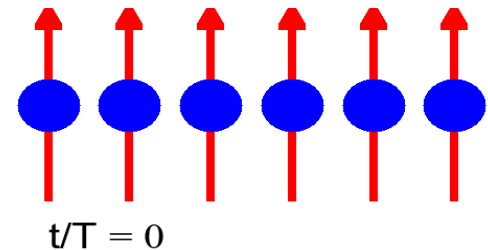
$$\text{Floquet op. } U_f = U(T) = \prod e^{-i \frac{\pi - \varepsilon}{2} \sigma_i^x} \exp(-iT \sum J_{ij} \sigma_i^z \sigma_j^z + h_i \sigma_i^z)$$

$\pi - \varepsilon$  スピンフリップ      多体局在を起こすハミルトニアン

- ▶ 摂動なし ( $\varepsilon = 0$ ) の時のダイナミクス

$z$  スピンが駆動の周期 $T$ の倍周期 $2T$ で振動

(離散時間並進対称性の破れ)



# 1-2. 離散時間結晶の例

D. V. Else, et al., PRL 117, 090402 (2016)

- ▶ 系: 周期 $T$ の横磁場パルス&ランダム磁場下の Ising スピン系

$$U_f = U(T) = \prod e^{-i\frac{\pi-\varepsilon}{2}\sigma_i^x} \exp(-iT \sum J_{ij}\sigma_i^z \sigma_j^z + h_i \sigma_i^z)$$

$\pi - \varepsilon$  スピンフリップ

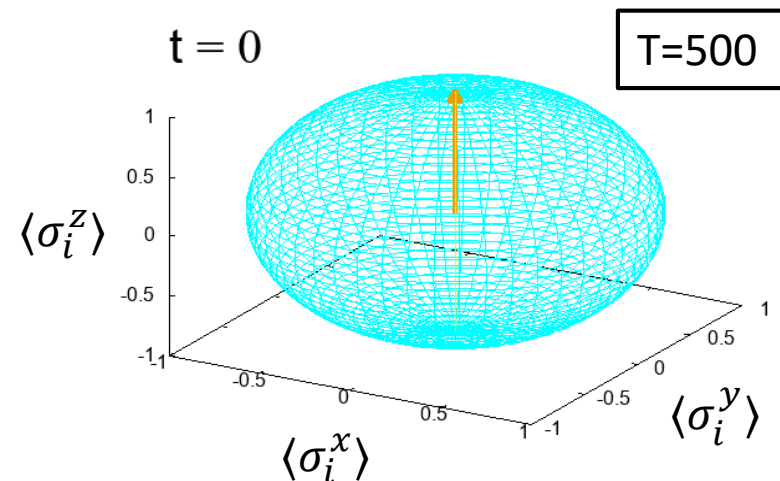
多体局在を起こすハミルトニアン

- ▶ 時間結晶の摂動 ( $\varepsilon \neq 0$ ) への安定性

▶ **青矢印** ➡: 摂動なし, 相互作用なし

▶ **橙矢印** ➡: 摂動あり, 相互作用なし  
(非離散時間結晶)  
 $Z$ スピンの $2T$ 周期性が壊れる

▶ **緑矢印** ➡: 摂動あり, 相互作用あり  
(離散時間結晶)  
 $Z$ スピンの $2T$ 周期振動は壊れない



# 1-3. なぜ時間結晶が注目されるのか

## ▶ 非平衡系にしか存在しない物質相

H. Watanabe and M. Oshikawa, Phys. Rev. Lett. 114, 251603 (2015)

- Floquet 系 (離散時間結晶)
- 開放系

## ▶ 様々な非平衡の人工量子系で実現されつつある

- AMO 系(イオントラップ系 etc.) J. Zhang, *et al.*, Nature 543, 217 (2017).
- ダイヤモンドNVセンター系 S. Choi, *et al.*, Nature 543, 221 (2017).
- NMR 系 J. Rovny, *et al.*, Phys. Rev. Lett. 120, 180603 (2018).

## ▶ 他分野とのつながり

- Quantum information R. W. Bomantara, *et al.*, Phys. Rev. Lett. 120, 230405 (2018).
- Field theory / Cosmology M. Hongo, *et al.*, arXiv: 1805.06240 (2018).

# Chapter 2.

## 空間並進による 離散時間結晶

arXiv:1804.01291

水田 郁 (Kaoru Mizuta)  
京都大学 理学研究科 凝縮系理論グループ 修士2回生

共同研究者: 高三 和晃, 中川 大也, 川上 則雄



## 2-1. モチベーション

- ▶ 従来の時間結晶：周期駆動 Ising スピン系など

$$U_f = U(T) = \boxed{X} \exp(-iDT)$$

オンサイトの対称操作

対称操作に対応したエルゴード性の破れを引き起こす相互作用項

- ▶ 理論

(Ising対称性やLocalなParityなど)

- Spin flip & 多体局在 を利用  
D. V. Else, et al., PRL 117, 090402 (2016)
- Spin flip & SSB を利用  
D. V. Else, PRX 7, 011026 (2017)
- Parity flip & SSBを利用  
B. Huang, PRL 120, 110603 (2018)

- ▶ 実験

(Ising 対称性に着目)

- イオントラップ系  
J. Zhang, et al., Nature 543, 217 (2017).
- ダイヤモンドNVセンター系  
S. Choi, et al., Nature 543, 221 (2017).
- NMR 系  
J. Rovny, et al., PRL 120, 180603 (2018).

## 2-1. モチベーション

- ▶ 空間並進による時間結晶: スピンレスフェルミオン系、スピン系など

$$U_f = U(T) = \boxed{X} \exp(-iDT)$$

?

非局所の対称操作

対称操作に対応したエルゴード性の破れ  
を引き起こす相互作用項

## 2-1. モチベーション

- ▶ 空間並進による時間結晶: スピンレスフェルミオン系、スピン系など

$$U_f = U(T) = \boxed{X} \exp(-iDT)$$

特に

空間並進対称操作

空間並進対称性を破れを引き起こす  
ハミルトニアン(相互作用項)

結果として...

- ▶ 従来の時間結晶にはない新しい性質
- ・ 同じプロトコル/系で異なる種類の時間結晶が可能  
⇒ (Spinless fermion系の場合) fillingを $1/n$ にすることで $n$ 倍周期の時間結晶に
  - ・ 局所カレントが $n$ 倍周期で振動する

## 2-2. モデルとダイナミクス

▶ モデル例：1次元梯子格子上のスピンレスフェルミオン

Spatial  
Translation

0

I. For  $0 < t < \tau/2$

$$H_1 \quad H_1 = -\frac{\pi}{\tau} \sum_i (c_{i,A}^\dagger c_{i,B} + h.c.)$$

II. For  $\tau/2 < t < \tau$

$$H_2 \quad H_2 = -\frac{\pi}{\tau} \sum_i (c_{i+1,A}^\dagger c_{i,B} + h.c.)$$

III. For  $\tau < t < T$

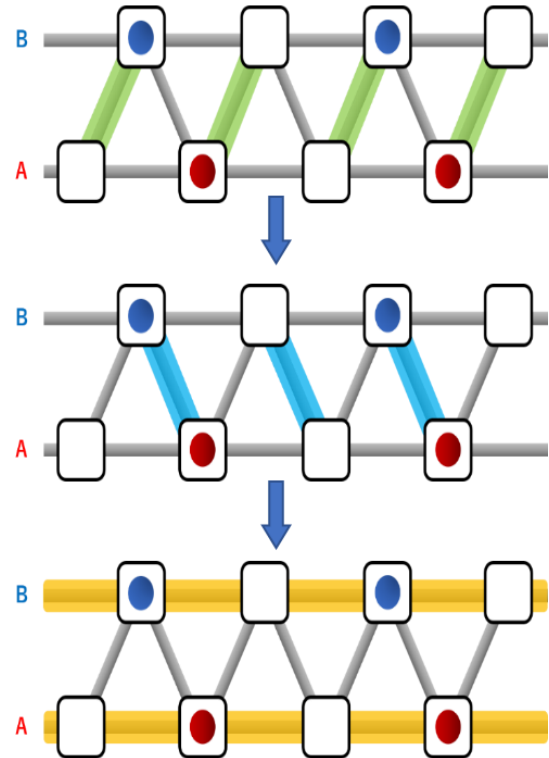
$$H_{SSB} \quad H_{SSB} = \sum_{\alpha=A,B} \sum_{i,j} \frac{U_{ij}}{2} n_{i,\alpha} n_{j,\alpha}$$

Long-range

Spatial  
Translation  
Symmetry  
Breaking

$\tau$

T

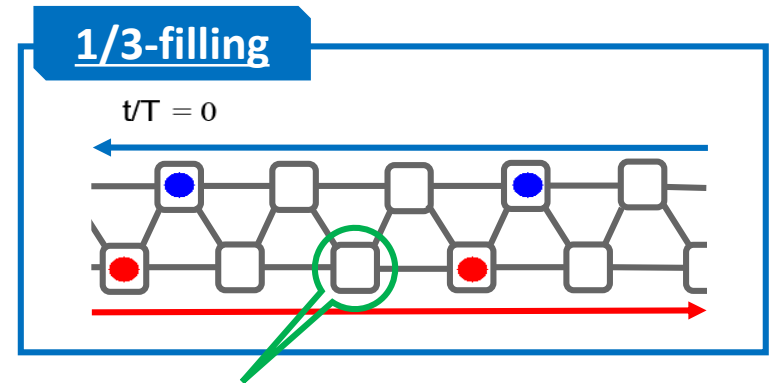
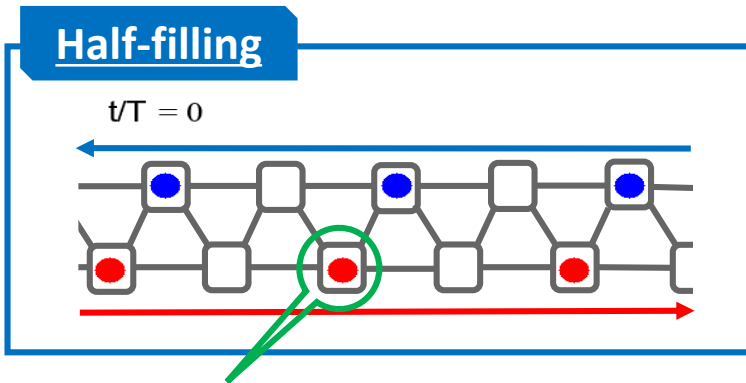


## 2-2. モデルとダイナミクス

### ▶ Floquet 演算子とダイナミクス

$$U_f = U(T) = (\mathbb{T}_A \otimes \mathbb{T}_B^{-1}) \exp(-iH_{\text{SSB}}(T - \tau)) U_p$$

Spatial Transl.
Spatial Transl. Sym. Breaking
Additional Phase

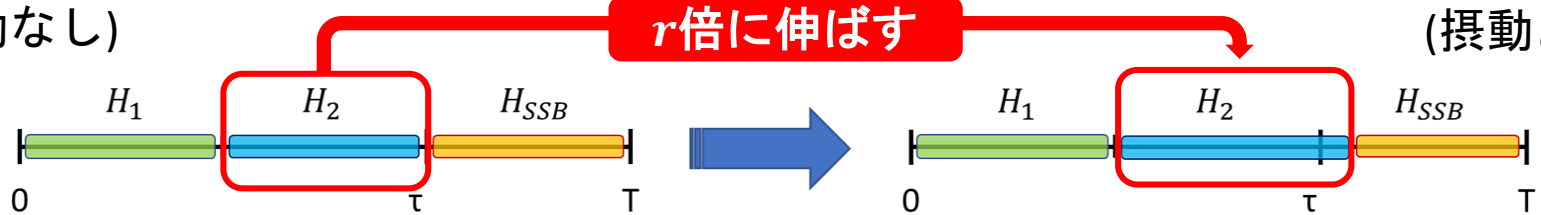


- ・ 局所カレント・局所密度が非自明な周期  $nT$  で振動する ( $1/n$ -filling)
- ・ フィリング調整により同一プロトコルで異なる  $n$  倍周期の時間結晶を実現可

## 2-3. 時間結晶としての安定性

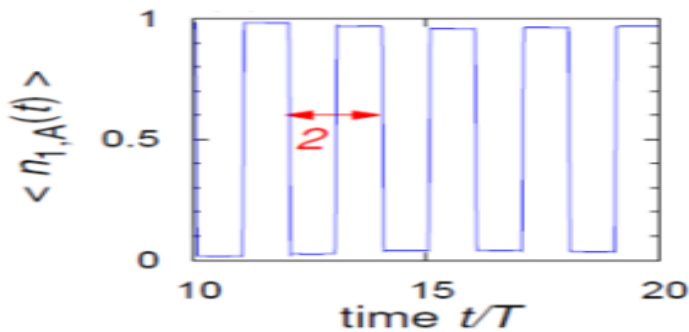
▶ 摂動  $r = 1.05$  を周期駆動へ印加

(摂動なし)

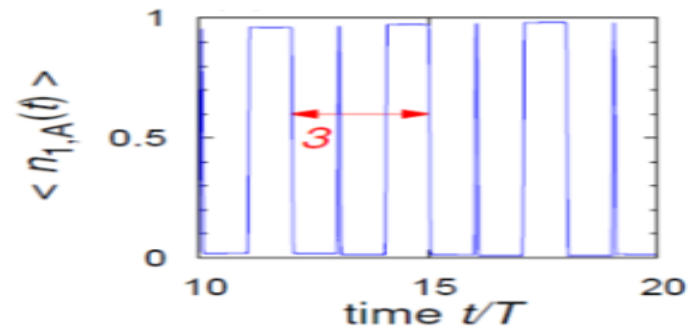


(摂動あり)

▶ 1/2-ファイリング



▶ 1/3-ファイリング



## 2-3. 時間結晶としての安定性

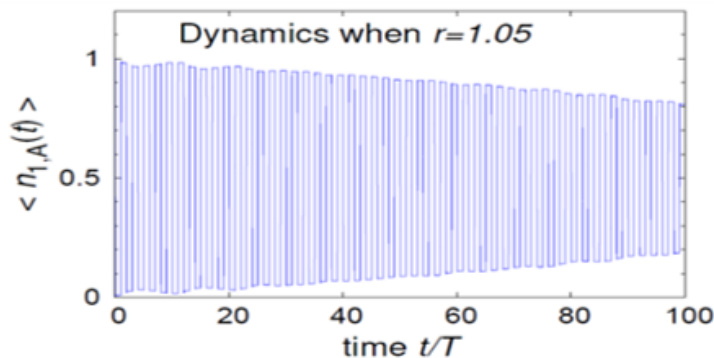
▶ 摂動  $r = 1.05$  を周期駆動へ印加

(摂動なし)



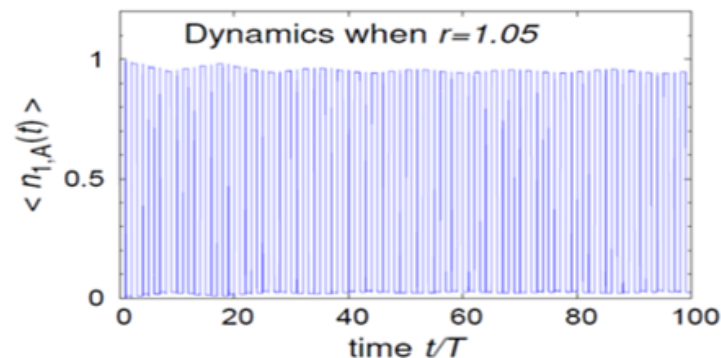
(摂動あり)

▶ 1/2-フィリング



局所密度のロバストな $2T$ 振動

▶ 1/3-フィリング



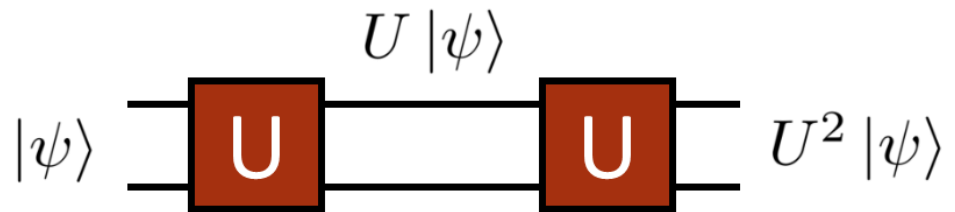
局所密度のロバストな $3T$ 振動

## 2-4. 時間結晶の量子回路上での実現

### 👉 Floquet 系と量子回路の関係性

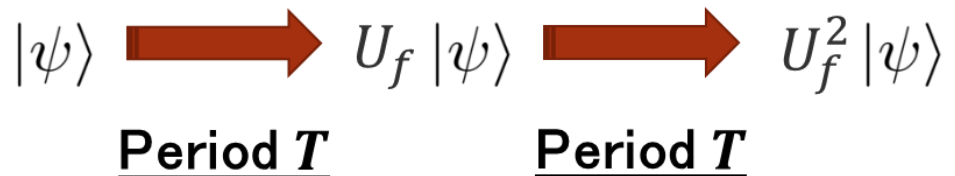
- ▶ あるゲートでシミュレートされる量子回路

$U$ : Unitary gate



- ▶ Floquet 系のダイナミクス

$U_f$ : Floquet operator



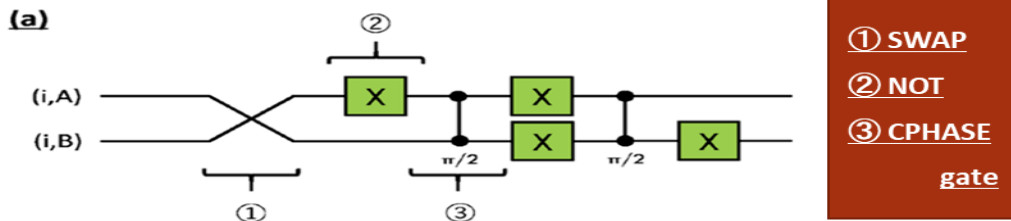
Floquet 演算子  $U_f$  に相当するユニタリーゲートを用意すれば、  
Floquet 系は容易に量子回路上でシミュレート可能！



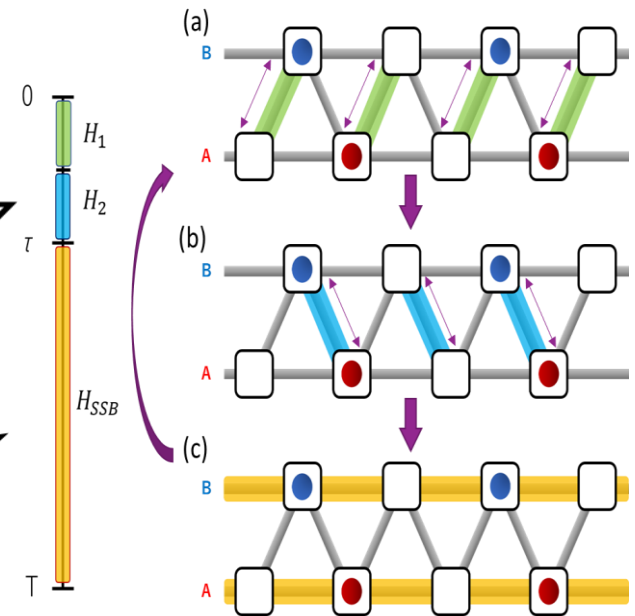
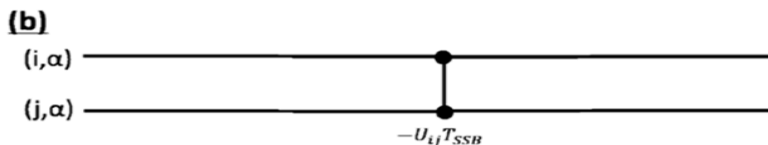
## 2-4. 時間結晶の量子回路上での実現

空間並進による時間結晶のユニタリーゲート  $U_f$  は構成できる

▶ Preparation of  $H_1$  &  $H_2$  dynamics



▶ Preparation of  $H_{SSB}$  dynamics



これらのゲートを繰り返し作用させれば  
量子回路上で種々の時間結晶が実現する(はず)

## 2-4. 時間結晶の量子回路上での実現

### 量子回路上で現れる時間結晶の性質

#### ▶ 時間結晶の摂動への安定性



のような摂動を受けても、時間結晶としての振動が現れる

#### ▶ ゲート自体のエラーに対する耐性

$H_2$  によるダイナミクスを実現するSWAPゲートに生じるユニタリエラー

$$x_{\text{SWAP}} \rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{2} + \varepsilon\right) I + i \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varepsilon\right) x_{\text{SWAP}}$$

があっても、時間結晶としての振動が現れる

ゲートに多少のユニタリエラーがあっても時間結晶秩序により、  
振動はその影響を受けない

# A-3. 時間結晶の量子回路上での実現

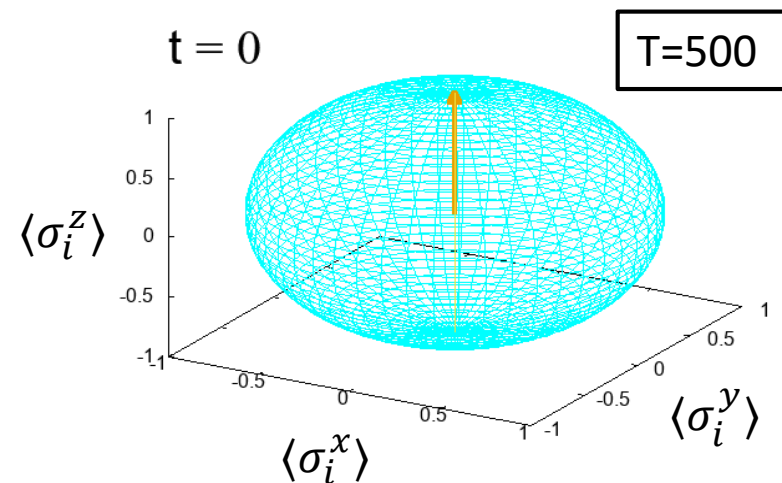
## 👉 量子回路上で現れる時間結晶の性質

### ▶ 従来型の時間結晶の摂動 ( $\varepsilon \neq 0$ ) への安定性

青矢印➡: 摂動なし, 相互作用なし  
(理想的なPauli-X gate 連続的に印加)

橙矢印➡: 摂動あり, 相互作用なし  
(非離散時間結晶)  
Zスピンの $2T$ 周期性が壊れる

緑矢印➡: 摂動あり, 相互作用あり  
(離散時間結晶)  
Zスピンの $2T$ 周期振動は壊れない



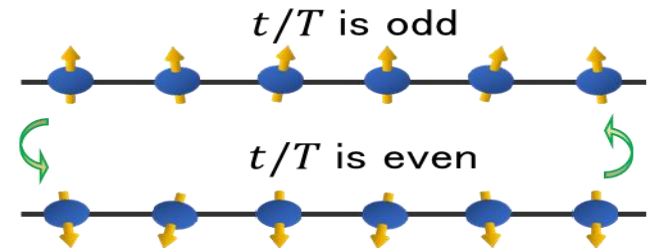
ゲートに多少のユニタリ誤差があっても時間結晶秩序により、  
振動はその影響を受けない

# まとめ

## ▶ 従来の離散時間結晶

### ・ オンサイトの対称性に着目

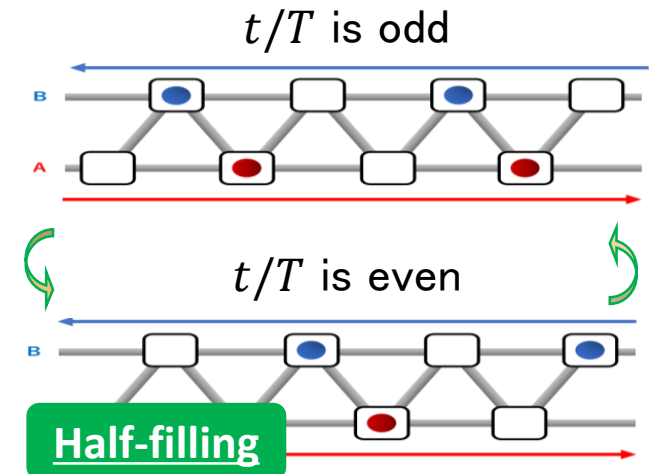
⇔ オンサイトの対称操作&対称性の破れ  
で時間結晶実現



## ▶ 空間並進誘起時間結晶

### ・ 空間並進対称性に着目

- ・ 同じプロトコルで異なる時間結晶秩序を実現  
( $1/n$ -fillingへと調節して  $nT$ -DTCを実現)
- ・ 局所密度・カレントが非自明な振動
- ・ 量子回路のような人工量子系での実現可能性



# Thank you for listening !

arXiv:1804.01291

水田 郁 (Kaoru Mizuta)  
京都大学 理学研究科 凝縮系理論グループ 修士2回生

共同研究者: 高三 和晃, 中川 大也, 川上 則雄